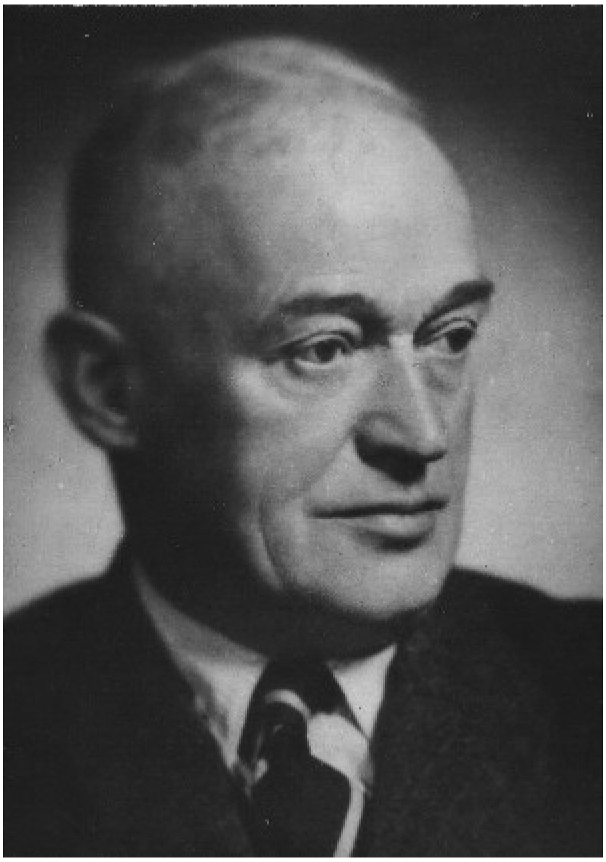
TADEUSZ WAŻEWSKI (1896-1972)



Tadeusz Ważewski urodził się 24 września 1896 roku we wsi Wygnanka (powiat Czortków, przedwojenne województwo Tarnopolskie), zmarł 5 września 1972 roku w Rabce-Zarytem.

Edukację na poziomie średnim rozpoczął w Przemyślu, następnie w latach 1906-1911 uczęszczał do gimnazjum w Mielcu[1], a w latach 1911-1914 do I Gimnazjum w Tarnowie, gdzie zdał maturę.

W latach 1914-1920 studiował na ówczesnym Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego. Zaczął od studiów fizyki, aby wkrótce – pod wpływem Stanisława Zaremby – zająć się ostatecznie matematyką. Studia te odbywane były, jak to pisze sam Tadeusz Ważewski w swym życiorysie zachowanym w Archiwum Nauki PAU i PAN w Krakowie, *z przerwami wywołanymi służbą wojskową.* Zachowała się *Legitymacja No 2174* stwierdzająca przydział służbowy sapera Ważewskiego Tadeusza do *Komp. zapas. sap. N.5* (pieczęć „Kadra 5 Batalionu Saperów")[2].

[1] 31.V.1998 r. odsłonięto tam, w obecnym I LO im. Stanisława Konarskiego w Mielcu, przygotowaną staraniem p. Michała Kurdziela i dyr. Anny Maciejak, tablicę upamiętniającą ów pobyt T. Ważewskiego w tej szkole.
[2] Arch. Nauki PAU i PAN w Krakowie, *Tadeusz Ważewski, j.15.*

Dodać warto, że pierwsze dni odzyskanej przez Polskę w listopadzie 1918 roku niepodległości zaznaczyły się w życiorysie Tadeusza Ważewskiego w sposób specjalny. Zachowana w archiwum rodziny profesora *Legitymacya dla Członka Straży Obywatelskiej stoł. król. Miasta Krakowa* dowodzi, że jako członek tej straży pełnił on służbę w patrolu I, w szczególności w dniach: 18/XI (godz. 9-12 w nocy), 21/XI (9-12 w dzień), 24/XI (12-3 w nocy) itd.; ostatni wpis dotyczy 9 grudnia 1918 r.

Indeks studencki Tadeusza Ważewskiego zawiera podpisy najwybitniejszych wówczas przedstawicieli nauk ścisłych na Uniwersytecie Jagiellońskim (na ilustracji przedstawiającej fragment wpisów z roku akademickiego 1916/1917 rozpoznać można m.in. podpisy Kazimierza Paulina Żorawskiego, Stanisława Zaremby, Jana Sleszyńskiego, Antoniego Hoborskiego, Alfreda Rosenblatta, a także dwóch wybitnych fizyków Mariana Smoluchowskiego i Władysława Natansona).

Status studenta zastąpiony wkrótce statusem badacza. Rozwijające się wówczas teoria mnogości i topologia były głównymi polami pierwszych zainteresowań naukowych Ważewskiego. Z tego okresu pochodzi najwcześniejsza z ogłoszonych drukiem jego praca, o pewnym kontinuum osobliwym (por. [1][3]).

Tadeusz Ważewski kontynuował swe studia we Francji w latach 1921-1923, uzyskując na Uniwersytecie Paryskim doktorat w roku 1924, na podstawie rozprawy [3] o dendrytach (kontinuach lokalnie spójnych, nie zawierających zamkniętych krzywych pojedynczych); ogłoszonej następnie w Annales de la Société Polonaise de Mathématique (por. [3a]). Habilitował się w roku 1927 na Uniwersytecie Jagiellońskim przedstawiając rozprawę [4] o kontinuach prostowalnych.

Następne prace Ważewskiego dotyczyły już niemal wyłącznie analizy matematycznej, w tym przede wszystkim równań różniczkowych, z tym jednak, że topologia znajdowała w niektórych z nich głębokie i piękne (czasem zaskakujące) zastosowania.

W okresie od 1.X.1920 do 30.IV.1921 Tadeusz Ważewski uczył w Państwowym Gimnazjum im. Św. Anny w Krakowie (jako „zastępca nauczyciela"), w okresie od 1.VIII. 1923 do 31.X.1926 był asystentem w Akademii Górniczej w Krakowie, od 1.XI.1926 zaś do 30.IX.1933 zastępcą profesora na Uniwersytecie Jagiellońskim, zostając następnie profesorem nadzwyczajnym (nominacja ma datę 16 września 1933). Aresztowany 6 listopada 1939 r. podczas hitlerowskiej represyjnej *Sonderaktion Krakau* był więziony wraz z innymi profesorami UJ i AG w obozie koncentracyjnym w Sachsenhausen. Po zwolnieniu z obozu pracował w Szkole Handlowej Męskiej w Krakowie, biorąc równocześnie – niezależnie od tego „oficjalnego" zajęcia - intensywny udział w tajnych, naukowych i dydaktycznych, działaniach Uniwersytetu Jagiellońskiego. W tym, wojennym, okresie powstały prace naukowe o podstawowym znaczeniu dla pewnego nurtu badań w zakresie równań i nierówności różniczkowych, prowadzonych po wojnie w Polsce, przede wszystkim – ale nie jedynie – w Krakowie. Profesorem zwyczajnym UJ został mianowany we wrześniu 1945 roku i pracował na Uniwersytecie Jagiellońskim do przejścia na emeryturę. Równocześnie z kierowaniem katedrą uniwersytecką, kierował działem Równań Różniczkowych w powołanym w roku 1949 Państwowym Instytucie Matematycznym, który następnie stał się Instytutem Matematycznym PAN. U początków WSP w Krakowie (która nazywała się wtedy

[3] Odesłania do listy prac Ważewskiego odnotowywane są w nawiasach [ ], pozycje bibliograficzne omawiające jego życie i dzieło lub odwołujące się do jego prac maja osobna numerację w nawiasach { }.

Państwową Wyższą Szkołą Pedagogiczną) pomagał w tworzeniu tam studiów matematycznych, mając zajęcia zlecone; prowadził też przez niedługi okres wykłady zlecone na Akademii Handlowej w Krakowie. Zaraz po wojnie został powołany w poczet członków korespondentów Polskiej Akademii Umiejętności oraz Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, a po powstaniu Polskiej Akademii Nauk został jej członkiem korespondentem, by w roku 1958 wejść do grona członków zwyczajnych PAN. W roku 1953 nadano mu stopień naukowy „doktora nauk”[4] (matematycznych), wprowadzony wówczas (wraz z – niższym – stopniem „kandydata nauk”) i potrzebny – formalnie – do zajmowania stanowiska profesorskiego. Był Ważewski powoływany do różnych gremiów mających wpływ na rozwój nauki i szkolnictwa wyższego, a w szczególności na rozwój matematyki, i wymagających najwyższych kwalifikacji merytorycznych i moralnych (w tym m.in. do komitetu Nauk Matematycznych PAN, Komisji Kwalifikacyjnej {pierwowzoru CKK, a teraz Centralnej Komisji do spraw Tytułu Naukowego i Stopni Naukowych} i innych). Był długoletnim redaktorem (wspólnie z Franciszkiem Leją) *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, potem *Annales Polonici Mathematici.* Polskie Towarzystwo Matematyczne, którego był członkiem od roku 1923, przyznało mu w roku 1948 nagrodę im. Stanisława Zaremby za słynny wynik znany obecnie jako *Twierdzenie Retraktowe Ważewskiego* (w uzasadnieniu odwołano się do pracy [54]), powierzyło mu w roku 1959, na dwuletnią kadencję funkcję prezesa, a w roku 1967 obdarzyło go godnością członka honorowego. W tym samym 1967 roku otrzymał Ważewski doktorat honorowy Uniwersytetu Jagiellońskiego. Jedna z głównych nagród naukowych Polskiego Towarzystwa Matematycznego nosi teraz imię Tadeusza Ważewskiego. Kraków nadał też jego imię jednej z ulic. Ogromny autorytet jakim cieszył się Ważewski w środowisku akademickim Krakowa i Polski, był wynikiem nie tylko wielkiego uznania dla jego rezultatów naukowych w skali międzynarodowej, ale także – w równym stopniu – niezależności jego poglądów i przekonań, a gdy było trzeba, odwagi w ich prezentowaniu.[5] Uznanie zasług dla polskiej nauki znajdowało swój wyraz oficjalny w postaci wysokich odznaczeń państwowych (w tym, m.in. Krzyża Komandorskiego Orderu Odrodzenia Polski i Sztandaru Pracy I klasy) i regionalnych, wyróżnień i nagród (w tym Nagrody Państwowej I i II stopnia).

Zwięzłą charakterystykę działalności naukowej Tadeusza Ważewskiego należy zacząć od powtórzenia tego, co zasygnalizowano już wyżej. Po początkowym okresie zainteresowania topologią i teorią mnogości (por. prace [1], [2], [3], [3a]. [4]), zaczął swe badania w połowie lat dwudziestych koncentrować na zagadnieniach z zakresu analizy matematycznej. W latach trzydziestych poświęcił się niemal wyłącznie równaniom różniczkowym (i pewnym ich uogólnieniom związanym z teorią sterowania optymalnego), zajmując się nimi twórczo do końca życia. Tych zagadnień dotyczyły najważniejsze rezultaty, z których część weszła na stałe do matematyki stając się jej fragmentami już klasycznymi. Wcześniej jednak uzyskał Ważewski bardzo interesujące wyniki związane z wprowadzonymi przez siebie „jakobianami asymptotycznymi”, których zastosowanie pozwoliło na udowodnienie twierdzenia o zmianie zmiennych w całkach pojedynczych i wielokrotnych bez założenia odwracalności transformacji realizujących te zmiany (por. prace [9], [11], [11a], [13]).

Rezultaty uzyskane m.in. w pracach [18], [18a], [19], [20], [22], [24], [25], [26], [29], [35], [37], [38], [36], [43], [50], [50a] dotyczą równań różniczkowych cząstkowych rzędu

[4] Funkcjonował ten stopień tylko przejściowo; zniknął niebawem wraz z innymi obcymi naleciałościami.
[5] Nie należał do żadnej partii politycznej. Pozycja jednak naukowa i związany z nią prestiż, pozwalały na skuteczne działania w sprawach, które w pewnych okresach mogły się wydawać niewykonalne. Dzięki zdecydowanej postawie Ważewskiego, Andrzej Turowicz, benedyktyn z Tyńca (zakonne imię Bernard) nie tylko doczekał się zatwierdzenia habilitacji przeprowadzonej w Instytucie Matematycznym PAN w 1963 r. ale został w tym Instytucie profesorem nadzwyczajnym w r. 1969.

pierwszego. Ważewski przedstawia twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań problemów Cauchy'ego, a także oszacowania obszaru istnienia rozwiązań, przy czym pewne z tych oszacowań są już nie do poprawienia.

W szczególności autor rozważa równania typu

(•) $$\frac{\partial z}{\partial y} = f(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x})$$

gdzie $y=(y_1, \dots y_n)$ oraz $\frac{\partial z}{\partial y} = (\frac{\partial z}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial z}{\partial y_n})$, a także układy takich równań i pewne nierówności różniczkowe (por. np. [88]).

W pracy [19] podane są bardzo ogólne kryteria jednoznaczności rozwiązań problemów Cauchy'ego dla równań typu (•), przy założeniu, że funkcje po prawych stronach równań spełniają warunek Kamke'go, istotnie ogólniejszy od warunku Lispchitza, co zakładało się w klasycznych twierdzeniach o jednoznaczności.

Praca [35] jest pionierska w odniesieniu do układów równań typu przekątniowego.

Niektóre z tych prac poprawiają wyniki publikacji wcześniejszych; jest to jednak taka poprawa, które polega na udowodnieniu twierdzenia wzmocnionego w stosunku do poprzedniego (przez osłabienie założeń), ale przy istotnym wykorzystaniu tego wcześniejszego rezultatu. Ma to na przykład miejsce w przypadku pracy [35], która podaje twierdzenie o istnieniu rozwiązań problemów początkowych typu z(0,y) = φ(y) dla równań typu (•), przy założeniu, że dane funkcje (a więc f i φ) są klasy C^2, a ich pochodne cząstkowe są ograniczone, oraz pracy [43], która przynosi wzmocnienie tego rezultatu polegające na zastąpieniu regularności klasy C^2 przez założenie istnienia pierwszych pochodnych cząstkowych i spełniania przez nie warunku Lipschitza. Dowód głównego wyniku pracy [43] opiera się na aproksymowaniu funkcji klasy C^1 o pochodnych spełniających stosowne warunki Lipschitza, przez funkcje klasy C^2 i na wykorzystaniu twierdzeń o ciągłej zależności rozwiązań od warunków początkowych i od prawych stron równań, przy wykorzystaniu wyników pracy [35]. Wynik pracy [43] nie może być więc otrzymany bez pracy [35].

Praca [18] (por. także [18a]) zawiera pewien zaskakujący wynik „negatywny". Podaje bowiem konstrukcję równania różniczkowego $y' = f(x,y)$ o prawej stronie f mającej w pewnym obszarze Ω ciągłe pochodne cząstkowego dowolnego rzędu, przy czym każda całka pierwsza klasy C^1 jest w Ω stała; dla takiego równania nie mamy integralnego istnienia całki pierwszej. Zagadnieniom związanym z całkami pierwszymi poświęcił Ważewski jeszcze kilka innych prac (por. np. [28]).

Tadeusz Ważewski jest autorem podstawowych prac z teorii nierówności różniczkowych. Wprowadził pewne warunki typu monotoniczności funkcji wielu zmiennych, zakładane teraz powszechnie w twierdzeniach o nierównościach różniczkowych (i traktowane jako klasyczne, a więc - z reguły – już bez cytowania prac Ważewskiego w tym kontekście). Fundamentalna praca [76] opublikowana po wojnie, zawiera wyniki uzyskane w znacznej części podczas okupacji niemieckiej i wstępnie zaprezentowane na posiedzeniu Oddziału Krakowskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego w dniu 27 marca 1945 roku (por. [45]). Zainspirowała ona cały nurt badań w Krakowie (a potem i w innych ośrodkach), uwieńczony napisaniem przez Jacka Szarskiego monografii [%%%%%].

Najbardziej znane są głębokie wyniki Ważewskiego związane z pewną metodą topologiczną badania przebiegu rozwiązań układów równań różniczkowych, nazywanych metodą retraktową[6] lub – po prostu – metodą Ważewskiego. Podstawowy wynik (w różnych już teraz przedstawiane wariantach) nazywa się twierdzeniem retraktowym Ważewskiego, lub krótko – twierdzeniem Ważewskiego. Sam autor tej metody (którą nazywał *metodą topologiczną*) i twierdzenia przedstawił je (też w kilku wariantach) w pracach [52], [53], [54] i [90]. O pracy [54] wspomniano już wyżej jako podstawie do przyznania Ważewskemu nagrody im. Zaremby, praca [53] przedstawia najpełniejszą prezentację całości idei i szczegółów jej realizacji, praca [90] zaś jest streszczeniem tekstu plenarnego referatu sekcyjnego, który Tadeusz Ważewski wygłosił na Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Amsterdamie w roku 1954, w sekcji analizy, jako zaproszony prelegent.

Metoda retraktowa Ważewskiego pozwala na stwierdzenie, że jeśli wiadomo o pewnych własnościach rozwiązań rozważanego równania różniczkowego na brzegu zadanego obszaru, to niektóre rozwiązania tego równania muszą pozostać w tym obszarze. Przy odwołaniu się do takiej interpretacji rozwiązań, która uznaje je za funkcje dyktujące ruch punktów z upływem czasu, według prawa wynikającego z rozważanego równania, czy też układu równań różniczkowych, można powiedzieć, iż ze sposobu zachowania się tych funkcji na brzegu obszaru (a więc ze sposobu dotarcia punktów do brzegu i ewentualnego przecięcia, czy też „przekroczenia" brzegu), wynika czasem (w zależności od tego właśnie jak odbywa się to „przekroczenie" brzegu) istnienie takich punktów, które nigdy tego obszaru nie opuszczą. Wiadomo, że pewien konkretny sposób docierania do brzegu i jego przekraczania (chodzi w szczególności o „silne wychodzenie", a więc „przecinanie" brzegu, „bez poślizgu" na brzegu) gwarantuje istnienie takich punktów, które nigdy rozważanego obszaru nie opuszczą. Należy dodać i mocno podkreślić, iż istotnym dla całego zagadnienia jest – oprócz warunku „silnego wychodzenia" - założenie, że tory punktów bliskich przebiegają blisko siebie; dokładne sformułowanie mówi o *ciągłej zależności* pozycji punktów po każdym czasie od ich (tych punktów) położeń początkowych.

Precyzyjne sformułowanie tego twierdzenia w jednej z najprostszych wersji wygląda tak Załóżmy, że funkcja rzeczywista f określona na płaszczyźnie jest na tyle regularna, że dla każdego punktu płaszczyzny (x^o, y^o) istnieje dokładnie jedno rozwiązanie problemu początkowego

$$(\bullet\bullet) \qquad \frac{dy}{dx} = f(x,y), \qquad y(x^o) = y^o$$

określone na całej osi liczbowej oraz rozwiązania zależą w sposób ciągły od warunków początkowych. Załóżmy ponadto, że dla dwóch liczb a i b, takich, że $a < b$, spełnione są warunki: $f(x,a) < 0$, $f(x,b) > 0$ dla wszystkich x. Wtedy, dla każdego x^o istnieje $y^o \in (a,b)$, takie, iż jedyne (wysycone) rozwiązanie $\varphi(\,\cdot\,; x^o, y^o)$ problemu (••) spełnia podwójną nierówność $a < \varphi(x; x^o, y^o) < b$ dla wszystkich x. Krótko mówiąc : jeśli rozwiązania problemu (••) dotykając brzegu obszaru (pasa) $\boldsymbol{P} := \boldsymbol{R} \times (a,b)$ wychodzą silnie z tego pasa (przecinają jego brzeg pod kątem ostrym), to na każdym odcinku $\{x^o\} \times (a,b)$ znajdzie się taki punkt początkowy, że wychodzące z niego rozwiązanie rozważanego równania nie wyjdzie z pasa ***P.*** Dowód tego twierdzenia (w takiej najprostszej wersji) jest prawie natychmiastowy i sprowadza się do zauważenia, iż zaprzeczenie tezy prowadzi do sprzeczności z dobrze znaną własnością (zwaną *własnością Darboux*) funkcji ciągłych. Sprawa przestaje być tak prosta w przypadku układów równań. Wtedy trzeba posłużyć się klasycznym twierdzeniem mówiącym o tym, iż sfera nie jest retraktem kuli. Stąd bierze się nazwa *twierdzenia retraktowego.*

[6] Od pojęcia *retraktu* wprowadzonego do matematyki przez Karola Borsuka (1905-1982).

Sformułujmy to twierdzenie w jednej z ogólniejszych wersji w odniesieniu do układów dynamicznych (w postaci będącej szczególnym przypadkiem sformułowania przedstawionego w {28}, rozdz. VII, uogólniającego wersje z {4} i {5}; por. też {40}).

Niech π będzie układem dynamicznym na przestrzeni topologicznej X (to znaczy, że π jest odwzorowaniem ciągłym $\boldsymbol{R} \times X \to X$, takim, że: $\pi(0,x) = x$, $\pi(t,\pi(s,x)) = \pi(t+s,x)$). Dla $x \in X$ przez $\pi_+(x)$ oznaczamy dodatnią półtrajektorię x t.j. zbiór $\pi_+(x)=\{\pi(t,x): t \geq 0\}$. Segmentami trajektorii $(x,\pi(t,x))$, $(x,\pi(t,x)]$, $[x,\pi(t,x)]$, $[x,\pi(t,x))$ dla $t>0$ są – odpowiednio - zbiory: $\{\pi(s,x): 0<s<t\}$, $\{\pi(s,x): 0<s\leq t\}$, $\{\pi(s,x): 0\leq s\leq t\}$, $\{\pi(s,x): 0\leq s<t\}$ (w przypadku trzeciego z ich dopuszczamy $t=0$, co pozwala na rozważanie $[x,\pi(0,x)] = \{x\}$). Niech M bezie niepustym i otwartym podzbiorem X. Przez $S^0(\partial M)$ oznaczmy zbiór $\{x\in \partial M$: *istnieje* $t>0$, *takie że* $(x,\pi(t,x)] \cap$ *Closure* $M = \emptyset\}$. Punkt $x\in \partial M$ nazwiemy *punktem wyjścia (ze zbioru M)* jeśli istnieją $y\in \partial M$ oraz $t>0$, takie, że $x=\pi(t,y)$ oraz $[y,\pi(t,y)) \subset M$. Punkt $x\in \partial M$ nazwiemy *punktem silnego wyjścia (ze zbioru M)* jeśli jest punktem wyjścia i należy do zbioru $S^0(\partial M)$.

<u>Twierdzenie</u>. Przyjmijmy powyższe założenia i oznaczenia. Niech D będzie podzbiorem ∂M, a N podzbiorem $M \cup D$. Załóżmy, że: (i) każdy punkt wyjścia ze zbioru M jest punktem silnego wyjścia (ii) zbiór punktów wyjścia zawiera się w D, (iii) $N \cap D$ jest r retraktem D, (iv) $N \cap D$ nie jest retraktem N. Wtedy istnieje $x \in N \cap M$, takie że $\pi_+(x) \subset M$.

Metoda retraktowa doczekała się wielu modyfikacji, uogólnień i przeniesień z klasycznej teorii równań różniczkowych zwyczajnych, dla potrzeb których została zbudowana przez Ważewskiego, na teorię ogólnych układów dynamicznych, równania cząstkowe, równania różniczkowo-funkcyjne etc. Prace różnych autorów poświęcone tej metodzie, jej zastosowaniom i modyfikacjom liczyć już można w setki. O jej wadze świadczą opinie wybitnych matematyków. Posłużmy się cytatem z {23} (por. też {22}). *Metodę retraktową Ważewskiego zalicza się do największych powojennych osiągnięć matematyki polskiej. Solomon Lefschetz, wybitny matematyk amerykański, wypowiedział w 1961 r. opinię, że metoda retraktowa Ważewskiego jest najoryginalniejszym odkryciem w równaniach różniczkowych zwyczajnych, uzyskanym na świecie po wojnie.* Wtedy, gdy ta opinia była wypowiadana nie wiedziano jeszcze o tym, jaki wpływ na dalszy rozwój jakościowej teorii równań różniczkowych (i wyrosłej z niej teorii ogólnych układów dynamicznych), będzie miał podstawowy pomysł Ważewskiego związany z warunkiem „silnego wychodzenia" rozwiązań przez punkty leżące na brzegach rozważanych obszarów. To co teraz uzyskuje się w teorii układów dynamicznych przy użyciu różnych metod topologii algebraicznej, stosując w szczególności tzw. bloki izolujące i teorię indeksu Conley'a, ma swój początek oparty na idei Ważewskiego (szerzej na ten temat w {40}).

Dodajmy, że zbiorowe dzieło {10} omawiające i podsumowujące najważniejsze rezultaty uzyskane przez matematyków w pierwszym półwieczu XX stulecia, wymienia wśród nich metodę retraktową Ważewskiego (zwrócił na to uwagę R.Duda w {12} na str. 191, pisząc wcześniej na str. 140 o zasługach szkoły Ważewskiego polegających na wprowadzeniu metod topologicznych do teorii równań różniczkowych i stwierdzając w tym kontekście, iż szkoła ta doszła do sławy po II wojnie światowej).

W tym samym numerze *Annales de la Société Polonaise de Mathématique* z roku 1947, w którym ukazała się fundamentalna praca o metodzie retraktowej, wydrukowana została też inna, bardzo ważna praca Ważewskiego [48], która poświęcona była oszacowaniu obszarów istnienia tzw. funkcji uwikłanych, przy użyciu metod równań różniczkowych. Rozważane w związku z tym równania nosi nazwę *równania Ważewskiego*; na temat tego równania ukazały się prace różnych autorów (por. w szczególności {19}, {20}, gdzie znajdują się też informacje bibliograficzne).

W latach sześćdziesiątych XX wieku opublikował Ważewski serię prac z teorii sterowania, pokazując związki tej teorii z inkluzjami różniczkowymi, których pierwszym badaniom poświęcone były prace S. K. Zaremby (z Krakowa) i A. Marchaud'a (z Paryża) w latach trzydziestych (A.Marchaud**,** *Sur les champs de demi-cônes et équations differentielles du premier ordre,* Bull. Soc. Math. France 62(1934), 1-38 oraz *Sur les champs continus de demi-cônes convexes et leur intégrales,* Compositio Math., 3(1936), 89-127; S.K.Zaremba**,** *O równaniach paratyngensowych,* Dod. do Roczn. Polskiego Tow. Matematycznego 9(1935) oraz *Sur les équations au paratingent,* Bull. Sci. Math. 60(2) (1936), 139-160. Wspomniani autorzy używali wtedy innych nazw: *równań kontyngensowych i paratyngensowych*; sam Ważewski zaproponował termin: *równania orientorowe,* który teraz nie jest używany; teraz mówi się o inkluzjach różniczkowych.. Ważewski pokazał, że prace tych dwóch autorów można wykorzystać jako podstawę teorii sterowania. Tej tematyki dotyczą m.in. Prace: [111], [113], [115], [116], [117], [118], [119], [121], [122]. Przedostatnia z tej listy zawiera tekst odczytu plenarnego wygłoszonego na zaproszenie organizatorów międzynarodowej konferencji z serii EQUADIFF w Pradze w roku 1962, a trzecia od końca jest streszczeniem komunikatu przedstawionego w tym samy roku podczas Międzynarodowego Kongresu Matematyków w Sztokholmie. Do wyników Ważewskiego nawiązywało wielu autorów. W załączonej bibliografii umieszczono tylko kilka z nich ({3},{7}, {18}, {33}, {34}, {44}, {45}).

Przy okazji omawiania prac Tadeusza Ważewskiego z teorii sterowania należy zwrócić uwagę na dwa charakterystyczne rysy jego badań. Po pierwsze dotyczyły one rzeczy ważnych i aktualnych w danym momencie. Po drugie, Ważewski uważał za naturalne pytania o zastosowania matematyki. Miał intuicję fizyczną i interesował się problemami pochodzącymi z nauk przyrodniczych. Umiał dostrzegać możliwości zastosowań tego, co nieraz od dawna było znane, jako część bardzo – być może – „abstrakcyjnej" teorii. I tak właśnie dostrzegł możliwość zastosowania „starych" wyników z lat trzydziestych (nader, na owe czasy, „abstrakcyjnych") dotyczących dziwnych, czy nawet – jak wtedy uważali niektórzy – wręcz dziwacznych, uogólnień równań różniczkowych zaproponowanych przez wspomnianych S.K.Zarembę i A.Marchaud'a i przystosowania ich do teorii optymalnego sterowania i teorii inkluzji różniczkowych. Jacek Szarski w swym przemówieniu na sesji poświęconej Tadeuszowi Ważewskiemu w listopadzie 1973 roku powiedział, że : *„Żywa zainteresowanie zjawiskami przyrody oraz głębokie przekonanie o tym, że matematyka stanowi język do ich opisu, zadecydowały o tym, że równania różniczkowe stały się główną domeną działalności naukowej Tadeusza Ważewskiego"* (por. {36}). Jako konkretny przykład (poza wspomnianą teorią sterowania) można przytoczyć zainteresowanie matematycznymi aspektami stosowania promieni rentgenowskich (por. [55]). Wypowiadał się na temat stosowania matematyki i związków matematyki z innymi naukami (por. np. [57]).

Ciekawe wypowiedzi Ważewskiego na tematy metodologiczne łączyły się z jego pasją nauczycielską, o czym będzie jeszcze mowa szerzej.

Do nurtu bliskiego z jednej strony zastosowań, z drugiej zaś ujmowania problemów poprzez możliwie ogólne metody, można zaliczyć zagadnienia dotyczące metody kolejnych przybliżeń w różnych jej wariantach. W pracach [107] i [108] udowodnione są twierdzenia o zbieżności ciągów kolejnych przybliżeń bez użycia szeregów porównawczych, a więc metodą inną niż klasyczna. Okazało się, że metoda Ważewskiego nadaje się do pewnych istotnych uogólnień, którym nie poddaje się ta klasyczna. W pracy [125] przeanalizowano związek między zbieżnością do zera różnicy między kolejnymi wyrazami ciągu przybliżeń i zbieżnością (do rozwiązania omawianego problemu) samego ciągu. Implikacja w jedną stronę jest oczywista, w drugą zaś ma miejsce przy pewnych dodatkowych założeniach (w tym jednoznaczności *a priori* ale bez zakładania istnienia rozwiązania). Podejście Ważewskiego (zaproponowanie ogólnej metody !) zaowocowało wieloma zastosowaniami w pracach innych autorów. Miało też znaczenie metodologiczne w odniesieniu do zagadnień całkiem elementarnych.

Jeszcze jednego przykładu problemów, których rozwiązanie dało nie tylko interesujący wynik naukowy, ale i ważną obserwację metodologiczną, dostarczają prace [63], [64] i [81] w których podano ogólny dowód tzw. reguły de l'Hospitala, wspólny dla wszystkich przypadków w jakich ta reguła jest stosowana (w pracy [81] w odniesieniu do przestrzeni Banacha). Podobnie, aspekty metodologiczne wraz z interesującymi rezultatami naukowymi, przedstawiają prace [69], [70] i [71].

Prace [68] i [75] zawierają wyniki dotyczące wprowadzonego przez Ważewskiego pojęcia *asymoptotycznej koincydencji* rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych. Okazało się ono bardzo użyteczne w badaniach z zakresu jakościowej teorii tych równań. Zajmowali się nim potem inni matematycy.

Specjalna uwaga należy się krótkiej nocie [46] przedstawiającej pewną przybliżoną metodę (konstrukcję) dzielenia, której autor zginął w getcie krakowskim. Historia tej noty jest dramatyczna. We wspomnieniach Tadeusza Pankiewicza[7] {24} (str. 46-48) znajduje się wzmianka o doktorze filozofii i praw Rappaporcie, ze Lwowa, który pasjonował się matematyką. *Pewnego razu* – pisze Pankiewicz - *przyszedł do mnie i wyznał mi, że chciałby wysłać list polecony do Genewy lub do ambasady szwajcarskiej w Berlinie, albowiem – jak twierdził – rozwiązał zagadnienie matematyczne [...] a mianowicie podział kąta na trzy części za pomocą linijki (niepodzielonej) i cyrkla.* Spełnienie tej prośby było nierealne, ale proszony nie miał odwagi powiedzieć o tym wprost proszącemu. Pankiewicz znalazł jednak wyjście i zwrócił się z tym do Ważewskiego, który *[...] na samym wstępie wyjaśnił [...], że zagadnienie to jest nierozwiązalne, podobnie jak perpetuum mobile, ale chętnie [...] porozmawia z dr. Rappaportem. Spotkanie doszło do skutku dwa razy.* Ta lakoniczna informacja (Pankiewicz nie podał szczegółów, ale nie było chyba innej możliwości jak posłużenie się sfałszowaną, lub – co najmniej – nie przysługującą Ważewskiemu – przepustką) powinna być zestawiona z przypomnieniem, że nie tak dawno sam Ważewski był więźniem obozu koncentracyjnego, co stanowiło oczywiste, dodatkowe obciążenie. Podjął jednak to niemałe ryzyko, aby porozmawiać o matematyce, ofiarowując przy tym rozmówcy niewymierny i trudny do przecenienia dar swojej obecności i zainteresowania. Okazało się, że sposób konstrukcji proponowany przez Rappaporta, nie prowadząc rzecz jasna do właściwego rozwiązania problemu, daje jednak bardzo dobre przybliżenie rozwiązania. Ważewski obiecał opublikowanie tego rezultatu po wojnie i słowa dotrzymał przedstawiając notę [46].

Wspomniano o pasji dydaktycznej Tadeusza Ważewskiego. Należy powiedzieć, że pasja ta szła w parze z ogromnym talentem z tym zakresie, ze wspaniałą umiejętnością prowadzenia wykładów i seminariów oraz z wielkim zaangażowaniem w ich przygotowanie. Zachowane w pamięci słuchaczy wielu pokoleń wspomnienia o jego wykładach analizy matematycznej i równań różniczkowych świadczą o wyjątkowym znaczeniu jakie przywiązywał Ważewski do wyrabiania wyobraźni i intuicji fizycznej i geometrycznej. Zachowały się rękopiśmienne notatki zawierające elementarny wstęp do jakiegoś wykładu (zapewne pierwszego kursu analizy lub też może ogólnego wykładu dla nauczycieli matematyki). Jest tam najpierw mowa

[7] Był właścicielem apteki „Pod Orłem" na pl. Zgody 18 i prowadził ją – tolerowany przez okupantów – przez cały czas istnienie getta.

o nierównościach między liczbami, o przedziałach i o przyporządkowywaniu liczbom punktów na prostej. Warto przytoczyć obszerny fragment tych notatek (w cytacie zachowuje się podkreślenia z oryginału). *Mogłoby się wydawać, że używanie wyrazu punkt, wtedy gdy się ma na myśli liczbę jest wynikiem jakiegoś dziwacznego kaprysu powodującego tylko trudności. Tak jednak nie jest. Trudno jednym chwytem myśli ująć wszystkie liczby należące do przedziału [1,3]. Jeżeli jednak narysujemy odcinek [B,C] będący odpowiednikiem geometrycznym tego przedziału (zob. rys. poprzedni[8]), to jednym ruchem oka możemy przebiec przez wszystkie punkty tego odcinka. W ten sposób uzyskujemy jasny obraz zbioru liczb, które odpowiadają tym punktom. Rysunek lepiej bowiem przemawia do naszej wyobraźnie niż pojęcie czysto liczbowe. Pojęcia czysto liczbowe stają się dla nas bardziej przystępne i zrozumiałe, gdy je zobaczymy na rysunku. Dlatego t.zw. interpretacja geometryczna (...) różnych pojęć matematycznych ma ogromne znaczenie w matematyce[9].*

Wyjątkowemu darowi jasnego wykładu, a więc talentowi dydaktycznemu „na poziomie studenckim", towarzyszyła niezwykła umiejętność (oparta o własne dokonania naukowe) takiego stawiania problemów badawczych, że będąc wysoce niebanalnymi dawały się rozwiązywać i stanowiły inspiracje do samodzielnych badań. Zaowocowało to stworzeniem szkoły naukowej, nazywanej przez wielu specjalistów *Krakowską Szkołą Równań Różniczkowych.*

Doktoraty pod kierunkiem Tadeusza Ważewskiego uzyskali m.in. Jerzy Górski, Zbigniew Kowalski. Zofia Krygowska Stanisław Łojasiewicz, Zofia Mikołąjska-Mlakowa, Wlodzimierz Mlak, Czesław Olech Zdzisław Opial, Wacław Pawelski, Andrzej Pelczar, Andrzej Pliś, Franciszek H. Szafraniec Jacek Szarski, Zofia Szmydt, Krzysztof Tatarkiewicz, Tsin-Hua-Szu, Andrzej Bernard Turowicz, Włodzimierz Wrona, Zygmunt Zahorski.

Mówiąc o indywidualnej pasji dydaktycznej Tadeusza Ważewskiego i jego talentach w tym zakresie uzewnętrznianych wobec uczniów na każdym poziomie, od studentów pierwszych lat studiów począwszy, po doktorantów i habilitantów, trzeba koniecznie dodać, iż wszystko to było zanurzone w ogólnym przeświadczeniu, że uniwersytet musi łączyć w naturalny sposób funkcje badawcze i nauczycielskie. *Całe Jego życie stanowi przykład na to, że badania naukowe i nauczanie są ze sobą organicznie związane i nie mogą być sztucznie rozdzielone,* powiedział o Ważewskim Jacek Szarski w cytowanym już uprzednio przemówieniu {36} , kontynuując następnie tak: *Seminaria Ważewskiego odznaczały się zupełnie specyficzną atmosferą głębokiej i wnikliwej analizy rozważanych zagadnień, a z drugiej strony niezwykle swobodnej dyskusji i wymiany myśli, przetykanej nierzadko ciętym i finezyjnym dowcipem* To zaś, co i jak mówią uczniowie Ważewskiego o swoim Mistrzu najlepiej przedstawić cytując dwa ostatnie akapity z opracowania {4}:

Ważewski był człowiekiem o rzadkich zaletach charakteru. Delikatny i nieśmiały, był równocześnie niezłomny i twardy w pełnieniu wziętych na siebie najtrudniejszych zadań. Umiał wybrać prawdę, którą można było powiedzieć, i prawdę, którą należało powiedzieć. Cechą jego natury było organiczne połączenie dobroci z mądrością. Mało żądał dla siebie, hojnie obdarzał innych. W obcowaniu z ludźmi był człowiekiem ujmująco czarującym. Z precyzji myśli krytycznej płynął szczególny wdzięk jego dowcipu. Wrażliwy na osiągnięcia nauki i sztuki, dociekliwość swą i energię skierował na matematykę i ona był pasją jego życia.

W sercach tych, którym dane było z Nim w współpracować i czerpać z nieograniczonej dobroci i wiedzy, na zawsze pozostanie niedoścignionym wzorem.

[8] Odesłanie do wcześniej zrobionego, odręcznego, rysunku, na którym B=1,C=3.
[9] Arch. Oddz.Krakowskiego PAN, (materiały prof. Ważewskiego).

Lista publikacji Ważewskiego liczy 130 pozycji. Omówiono wyżej wybrane. Nie doczekał się niestety realizacji zamysł wydania podręcznika równań różniczkowych (zachowany rękopis zawiera tylko początek projektowanej książki).

Przedstawiona poniżej listę publikacji Tadeusza Ważewskiego oparto na spisie z {21} nieznacznie przeredagowanym i uzupełnionym. Jeżeli jakieś pozycje były dublowane (np. przez to, że najpierw ukazała się krótka nota z posiedzenia Oddziału Krakowskiego PTM, a potem wynik był opublikowany w innej formie, lub też – jak np. w przypadku rozprawy doktorskiej – cała praca była przedrukowana) to zastosowano numerację z dodaniem litery „a"; tak jest np. w przywołanym przypadku prac [3] i [3a]). Spis nie zawiera danych bibliograficznych wystąpień Ważewskiego na konferencjach, jeżeli poza tytułami nie zostały opublikowane ich teksty. I tak np. nie odnotowano w spisie wystąpień Tadeusza Ważewskiego na VI Zjeździe Matematyków Polskich, na którym wygłosił dwa referaty w sekcji analizy matematycznej (por. *VI Zjazd Matematyków Polskich Warszawa 20-23 IX 1948,* Dodatek do Rocznika Polskiego Towarzystwa Matematycznego t. XXII, 1950, str.52: 10. Tadeusz Ważewski (Kraków). *Jednolity dowód uogólnionego twietrdzenia de l'Hospitala,* 11. Tadeusz Ważewski (Kraków). *O porównywaniu całek układów równań różniczkowych.*)

Tadeusz Ważewski brał czynny udział w kolejnych Zjazdach Matematyków Polskich i innych konferencjach organizowanych w Polsce lub z polskim współudziałem; nie ma pełnej dokumentacji dotyczącej wszystkich jego wystąpień (albo jest ona bardzo enigmatyczna; por uwagę wyżej). Referaty wygłoszone np. podczas I Polskiego Zjazdu Matematycznego oraz I Kongresu Matematyków Słowiańskich znajdują swe odbicie w spisie publikacji (pozycje [5], [8], [9]). Wystąpienia na kongresach międzynarodowych są już w pełni udokumentowane.

Lista publikacji dotycząca życia i dzieła Tadeusza Ważewskego oraz prac naukowych (innych autorów) nawiązujących do jego wyników jest daleka od kompletności. Dokonano bardzo selektywnego wyboru zwłaszcza spośród prac dotyczących metody retraktowej. Odnotowano właściwie tylko w formie przykładów kilka prac z zakresu tej tematyki kierując się m.in. tym, jakie nowe zastosowania pojawiały się w tych pracach (np. zastosowania metody Ważewskeigo w teorii równań różniczkowych cząstkowych – por. {26}, {27}, w teorii inkluzji różniczkowych – por.{7}, w teorii równań z opóźnionym argumentem – por. {35}). Ważną jest ogólna praca Andrzeja Plisia{34}. Obszerna lista publikacji na temat metody retarktowej znajduje się w podstawowym dla tej tematyki artykule Romana Srzednickiego {40}.

Ogólne omówienia twórczości Ważewskeigo, względnie analizy wybranych działów tej twórczości znajdują się m.in. w {18}, {21}, {22}, {23}, {29}, {30}, {31}, {36}, {40}, {42}. ciepłe wspomnienie o Ważewskim znajdziemy w {14} i {15}. Monografie {37}, {47}, {48} odwołują się wielokrotnie do wyników Ważewskiego z zakresu nierówności różniczkowych. W monografii {13} znajduje się odwołanie do metody kolejnych przybliżeń w ujęciu Ważewskiego. Ciepłe wspomnienie o Ważewskim znajdziemy w .{14} i {15}.

Opracowano opierając się m.in. na artykułach {21}, {22}, {23}, {40}, a przede wszystkim na eseju autora {29}. Wykorzystano przy tym dokumenty znajdujące się w: Archiwum UJ, Archiwum Instytutu Matematyki UJ, Archiwum Nauki PAU i PAN w Krakowie, Archiwum Instytutu Matematycznego PAN w Warszawie, Archiwum Państwowym w Krakowie – Oddz. w Tarnowie, I LO w Mielcu, zbiorze dokumentów p. Michała Kurdziela z Mielca, archiwum własnym autora.

PUBLIKACJE TADEUSZA WAZEWSKIEGO

[1] *Sur un continu singulier,* Fundamenta Mathematicae, 4(1923), 214-245.

[2] *Sur les ensembles mesurables,* Comptes Rendus Acad. Paris, 1923, 69.

[3] *Sur les courbes de Jordan ne renfermant aucune courbe simple fermée de Jordan,* Thèse présentée à la Faculté de Sciences de l'Université de Paris, No 135 (1923).

[3a] *Sur les courbes de Jordan ne renfermant aucune courbe simple fermée de Jordan,* Annales de la Société Polonaise de Mathématique {Ann. Soc. Polon. Math}, 2(1923), 49-170.

[4] *Kontinua prostowalne w związku z funkcjami i odwzorowaniami absolutnie ciągłymi,* Dodatek do Roczn. Pol. Tow. Mat. (1927), 9-49.

[5] *Pewne twierdzenia o funkcjach mających pochodną. Wnioski,* Księga Pamiątkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego, Lwów, 17-10. IX. 1927, Dodatek do „Annales de la Société Polonaise de Mathématique", Kraków 1929.

[6] *Un théorème sur les fonctions dérivables,* Ann. Soc. Polon. Math., 6(1927), 83-92.

[7] *Un point de la théorie de la longeur,* Ann. Soc. Polon. Math. , 7(1928), 272 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 26.V.1928}.

[8] *Contribution à la théorie de la longueur,* Ann. Soc. Polon. Math., 7(1928), 1-38.

[9] *Sur les jacobiens généralisés,* Sprawozdanie z I Kongresu Matematyków Krajów Słowiańskich (Comptes Rendus du I Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves) Warszawa 1929 (red. F.Leja), Warszawa 1930, 210-213.

[10] *Sur quelques propriétes des ensembles rectifiables,* Sprawozdanie z I Kongresu Matematyków Krajów Słowiańskich (Comptes-Rendus du I Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves) Warszawa 1929 (red. F.Leja), Warszawa 1930, 327-328.

[11] *O zmianie zmiennej w całkach pojedynczych [Un théorème sur le changement de variable dans les intégrales simples],* Bull. Inter. Acad. Polon. Sci et Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A, 1929, 203-211.

[11a] *Sur sur le changement de variable dans une intégrales simple,* Ann. Soc. Polon. Math., 7(1928), 273 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 26.VI.1928 oraz 20.X.1928}.

[12] *Z teorji długości [Sur quelques points de la théorie de la longueur],* Bull. Inter. Acad. Polon. Sci et Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A, 1929, 11-16.

[13] *O jakobjanach asymptotycznych i zmianie zmiennych w całkach wielokrotnych [Sur les jacobiens asymptotiques et la changement de variable dans les intégrales multiples],* Bull. Inter. Acad. Polon. Sci et Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A, 1930, 249-299.

[14] *Zur Theorie des Unitätsproblems für System von gewöhnlichen Differentialgleichungen,* Math. Zeitschrift, 35 (1932), 553-562.

[15] *Remarque sur un théorème de M.Bielecki,* Ann. Soc. Polon. Math., 10(1931), 42-44.

[16] *Sur les equations linéaires à coefficients continues,* Ann. Soc. Polon. Math., 10(1931), 130-131 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 2.V.1931}.

[17] *Sur la stabilité des intégrales d'un système d'équations différentielles,* Comptes Rendu Acad. Paris, 1932, 1786.

[18] *Sur un problème de caractère intégral relatif à l'équation* $\partial z/\partial x + Q(x,y)\partial z/\partial y = 0,$ Mathematica [Cluj], 8(1933), 103-116.

[18a] *Sur un problème intégral relatif à l'équation* $\frac{\partial z(x,y)}{\partial x} + A(x,y)\frac{\partial z(x,y)}{\partial y} = 0,$ Ann. Soc. Polon. Math., 10(1931), 132 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 5.XII.1931}.

[19] *Sur l'unicité et la limitation des intégrales des équations aux dérivées partielles de premier ordre,* Rend. Della Acc.dei Lincei, 1933, 372-376.

[20] *Sur le domaine d'existence des intégrales de l'équation aux dérivées partielles de premier ordre linéaire,* Ann. Soc. Polon. Math., 12(1933), 6-15.

[21] *Eine Verallgemeinerung des Montelschen Satze über das Maximal und Minimalintegral auf Systeme von gewönlichen Differentialgleichungen,* Ann. Soc. Polon. Math., 12(1933), 72-80.

[22] *O zasięgu całek równań cząstkowych rzędu pierwszego [Sur l'étendue du domaine d'existence des intégrales d'une l'équation aux dérivées partielles du 1-er ordre],* Pamiętnik XIV Zjazdu Lekarzy i Przyrodników w Poznaniu, 11-15.IX.1933, vol. 1,187-199.

[23] *Warunek jednotliwości całek układu równań różniczkowych zwyczajnych [Condition d'unicité des intégrales d'un système des équations différentielles ordinaires simultanées],* Pamiętnik XIV Zjazdu Lekarzy i Przyrodników w Poznaniu, 11-15.IX.1933, vol. 1, 199-201.

[24] *Sur les équations aux dérivées partielles de premier ordre essentiellement non linéaires,* Comptes Rendus du deuxiéme Congrès de Mathématiciens des Payes Slaves, Praha, 1934, 171-172.

[25] *Sur le domain d'existence des intégrales de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre,* Ann. Soc. Polon. Math., 13(1934), 1-9.

[26] *Sur l' équation aux dérivées partielles de premier ordre essentiellement non linéaire,* Ann. Soc. Polon. Math., 13(1934), 10-12.

[27] *Sur les intégrales stables non périodiques des systèmes d' équations differentielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 13(1934), 50-52.

[28] *Sur les intégrales premières de l'équation $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$,* Mathematica [Cluj], 9(1934), 179-181.

[29] *Sur le domain d'existence d'une équation aux dérivées partielles de premier ordre,* Bull. Inter. Acad. Polon. Sci et Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. Sci. Math.,1935, 1-4.

[30] *Un système d'équations linéaires homogènes, avec des coefficients dependant de duex paramètres, ,* Ann. Soc. Polon. Math., 14(1935), 180 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 20.V.1935}.

[31] *Sur une classe de domains,* Prace Matematyczno-Fizyczne, 44 (1935), 133-135.

[32] *Sur les matrices dont les éléments sont des functions continues,* Compositio Matjhematica, 2(1935),63-68.

[33] (współautor S.K.Zaremba) *Les ensembles limites des integrales des systèmes d'équations différentielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 14(1935), 181 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 2.XII,1935}.

[34] (współautor S.K.Zaremba) *Les ensembles de condensation des caractéristiques d'un système d' équations différentielles ordinaries,* Ann. Soc. Polon. Math., 15(1936), 24-33.

[35] *Sur l'appréciation du domaine d'existence des integrales de l'équation aux dérivées partielles de premier ordre,* Ann. Soc. Polon. Math., 14(1935), 149-158.

[36] *Sur le problème de Cauchy relatif à un système d'équations aux dérivées partielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 15(1936), 101-127.

[37] *Quelques propriétes de caractère intégral de l'équation $\partial z/\partial x + Q(x,y)\partial z/\partial y = 0$,* Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens, Oslo 1936, vol. II, 49-50.

[38] *Sur l'unicité et la limitation des intégrales de certaines systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre,* Ann. Mat. Pura et Appl., Ser. IV, 15(1937), 155-158.

[39] *Sur l'appréciation des integrales des systèmes d'équations différentielles ordinaires et leur domaine d'existence dans les cas des variables complexes,* Ann. Soc. Polon. Math., 16(1937), 97-111.

[40] *Sur les intégrales premières des équations différentielles ordinaires,* Ann. Soc. Polon. Math., 16(1937), 145-161.

[41] *Sur la méthode des approximations successives,* Ann. Soc. Polon. Math., 16(1937), 214-215 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 13.X.1937}.

[42] *Sur les variétés d'éléments linéaires,* Ann. Soc. Polon. Math., 16(1937), 216 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 20.X.1937}.

[43] *Über die Bedingungen der Existenz der Integrale partieller Differentialgleichungen erster Ordnung,* Math. Zeitschrift, 43(1938), 522-532.

[44] *Théorie des multiplicités régulières d'éléments de contact unis. Applications aux transformations canoniques,* Ann. Soc. Polon. Math., 18(1945), 55-112 (tom ten miał być opublikowany w 1939 r.; nadbitki tomu zostały wydrukowane w 1939 i były datowane jako nadbitki tomu 18 (1939)).

[45] *Sur un système d'inégalités différentielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 18(1945), 158-159 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 27.III.1945}.

[46] *Sur une méthode approximative de M. Rappaport concernant la trisection d'un angle,* Ann. Soc. Polon. Math., 18(1945), 164 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 29.V.1945}.

[47] *Sur quelques inégalités entre les coeffcients des plynômes aux racines non négatives. Applications à la limitation des modules des déterminants et des matrices aux élémentys complexes,* Ann. Soc. Polon. Math., 18(1945), 164-166 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 12.VI.1945}.

[48] *Sur l'évaluation du domaine d'existence des fonctions implictes réelles ou complexes,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 81-120.

[49] *Évaluation du domaine d'existence des fonctions imlicites dans le cas des espaces abstraits,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 282-283 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 2.VII.1946}.

[50] (współautor J.Szarski) *Sur l'unicité des intégrales de l'équation de Clairaut modifiée,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 157-160.

[50a] (współautor J.Szarski) *Sur l'unicité des intégrales de l'équation de Clairaut modifiée,* Ann. Soc. Polon. Math., 19(1946), 223 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 4.XII.1945}.

[51] (współautor J.Szarski) *Sur la relation entre le module d'un déterminant complexe et son déterminant réel, associé. Applictaion à la théorie des formes hermitiemnnes et à celle des modules des matrices complexes,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 1-6.

[52] *Sur les intégrales asymptotiques des équations différentielles ordinaires,* Comptes Rendus Soc. Sci. Lettres de Varsovie, Cl. III (1947), 38-42, 22.III.1947.

[53] *Sur un principe topologique de l'examen de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles ordinaires,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 279-313.

[54] *Une méthode topologique de l'examen du phénoméne asymptotique relativement aux équations différentielles ordinaires,* Rendiconti Accad. Nazion ale dei Lincei, Cl. Sci fisiche, mat. e naturali, ser. VIII, vol. III (1947), 210-215.

[55] (współautor J.Szarski) *Sur un problème reontgenographique de M. S. Majerek,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 389-390 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 9.XII.1947}.

[56] *Sur l'allure des intégrales des équations différentielles au voisinage du point singulier,* Ann. Soc. Polon. Math., 20(1947), 390-391{Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 9.XII.1947}.

[57] *O matematyce i jej związku z naukami innymi,* [w:] Świat Życie Człowiek, Katowice 1947, 48-59.

[58] *Sur la limitation des intégrales des systèmes d'équations différentielles lineaires ordinaires,* Studia Math., 10(1948), 48-59.

[59] *Sur les systèmes de deux équations différentielles lineaires dont les intégrales tendent asymptotiquement vers une ellipse,* Comptes Rendus Soc. Sci. Lettres de Varsovie, Cl. III, 41 (1948), 9-12.

[60] *Elementy rachunku różniczkowego i całkowego,* Kraków 1948, 1-127 ; {skrypt}, wyd. Bratnia Pomoc Studentów.

[61] *Sur les intégrales d'un système d'équations différentielles tangentes aux hyperplans caractéristiques issues du point singulier,* Ann. Soc. Polon. Math., 21(1948), 177-197.

[62] *Exemples des groupes de transformations d'une droite en elle même qui dépendent de quatre paramètres essentielles,* Prace Mat. Fiz., 47 (1949), 105-116.

[63] *Quelques démonstrations uniformes pour tous les cas du théorème de l'Hôspital. Généralisations,* Prace Mat. Fiz., 47, 117-128.

[64] *Une démonstration uniforme du théorème généralisé de l'Hôspital,* Ann. Soc. Polon. Math., 22(1949), 161-169.

[65] *Sur la différentiation des séries,* Ann. Soc. Polon. Math., 22 (1949), 292-293 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 21.VI.1949}.

[66] *O przebiegu asymptotycznym całek równania różniczkowego [Sur l'allure asymptotique des intégrales d'une équations différentielle non linéaire],* Bull. Acad. Polon. Sci. Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A (Math),1949, 62-66.

[66a] *Sur l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 22 (1949), 293 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 28.VI.1949}.

[67] *Pewne lematy związane z przedłużaniem całek równań różniczkowych zwuyczajnych [Sur certains lemmes relatifs au prolongemement des intégrales des équations différentielles ordinaires],* Bull. Acad. Polon. Sci. Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A (Math),1949, 73-74.

[68] *O koincydencji asymptotycznej całek dwóch układów równań różniczkowych [Sur la coïncidence asymptotique des intégrales de duex systèmes d'équations différentielles],* Bull. Acad. Polon. Sci. Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A (Math),1949, 147-150.

[69] *Pewne uogólnienie twierdzeń o przyrostach skończonych na przypadek przestrzeni abstrakcyjnych. Zastosowania [Une généralisation des théorèmes sur les accroissements finis au cas des espaces abstraits. Applications],* Bull. Acad. Polon. Sci. Lettres, Cl. Sci. Math. et Nat., Sér. A (Math),1949,183-185.

[70] *Remarques relatives aux certaines théorèmes de M.Banachiewicz (première partie), ,* Ann. Soc. Polon. Math., 22 (1949), 286-287 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie, 30.XI.1948}.

[71] *Théorème de M.Banachiewicz relatif à la méthode des moindres carrés. Remarques méthodologiques (deuxième partie),* Ann. Soc. Polon. Math., 22 (1949), 286-287 {Comptes Rendus des séances des sections, sect. Cracovie,14.XII.1948}.

[72] *Pewien sposób wyprowadania wzorów na pochodną agregatu, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji,* Matematyka 3(5) (1949), 30-35 oraz 4(6) (1949), 35-38.

[73] *Krótkie dowody pewnych lematów elementarnych z zakresu analizy,* Sprawozdanie ze wspólnego 7 Zjazdu Polskich Matematyków i 3 Zjazdu Czechosłowackich Matematyków, Komunikaty, Praha 1949, 23.

[74] *Une dèfintion intuitive de la translation paralléle au sens de M. Levi-Civita,* Sprawozdanie ze wspólnego 7 Zjazdu Polskich Matematyków i 3 Zjazdu Czechosłowackich Matematyków, Komunikaty, Praha 1949, 272.

[75] *Sur certaines conditions de coïncidence asymptotique des intégrales de duex systèmes d'équations différentielles,* Comptes Rendus Soc. Sci. Lettres de Varsovie, Cl. III, 42 (1949), 198-203.

[76] *Systèmes des équations et des inégalites différentielles ordinares aux deuxièmes monotones et leurs applications,* Ann. Soc. Polon. Math., 23(1950), 112-166.

[77] *Sur l'évaluation du domaine d'existence des focntions implicites dans le cas des espces abstraits,* Fund. Math., 37(1950), 5-24.

[78] *Twórczość i za slugi naukowe Stanisława Zaremby,* Dodatek do Rocznika Polskiego Tow. Mat., 21, Sprawozdanie z V Zjazdu Matematyków Polskich w Krakowie w dniach 29-30 maja 1947.

[79] *Certaines propositions de caractère «épidermique» relatives aux inégalites différentielles,* Ann. Soc. Polon. Math., 24(1951), 1-24

[80] *Sur une condition nécessaire et sufficante pour qu'une fonction continu soit monotone,* Ann. Soc. Polon. Math., 24(1951), 1 [1952], 111-119.
[81] *Une généralisation des théorèmes sur les acroissements finis au cas des espaces de Banach et application à la généralisation du théorème de l'Hôspital,* Ann. Soc. Polon. Math., 24(1951), 2 [1953], 132-147.
[82] *Sur l'algorithmisation des méthodes des éliminations succcessives. Résponse à un article polémique de M. Th. Banachiewicz,* Ann. Soc. Polon. Math., 24(1951), 2 [1953], 158-164.
[83] *Sur l'évaluation du nombre des paramètres essentiells dont dépend la famille des intégrales d'un système d'équations différentielles ayant une propriété asymptotique,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 1(1953), 3-5.
[84] (współautor J.Szarski) *Sur une méthode de comparison des équations différentielles hyperboliques aux dérivées partielles du second ordre avec les équations différentielles ordinaires,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 1(1953), 6-10.
[85] *Sur une relation entre la façon de la mise en équation du problème physique et la notion des solutions généralisées des équations aux dérivées partielles du second ordre,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 1(1953), 79-83.
[86] *Une modification du théorème de l'Hôspital liée au problème de prolonement des intégrales équations différentielles,* Annales Polonici Mathematici, 1(1955), 1-12.
[87] *Sur les intégrales de branchement des systèmes des équations différentielles ordinaires,* Annales Polonici Mathematici, 1(1955), 338-345.
[88] *Sur certaines inégalités aux dérivées partielles relatives aux fonctions possédant la différentielle approximative,* Annales Polonici Mathematici, 2(1955), 219-233.
[89] (współautor J.Szarski) *Uwagi o równaniu struny drgającej,* Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego, 3, Ser. Nauk Mat.-Przyrodn., Mat. Fiz. Chem., 1(955), 5-14.
[90] *Sur une méthode topologique de l'examen de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles,* Proceedings of the International Congress of Mathematicians 1954 (Amsterdam), 3(1956), 132-139.
[91] (współautorzy:K.Borsuk, K.Kuratowski, F.Leja, E.Marczewski, S.Mazur, J.Mikusiński, W.Orlicz, R.Sikorski, W.Ślebodziński) *Wpływ nowych metod matematycznych na rozwój klasycznych dyscyplin matematyki,* Prace Matematyczne, 2(1956), 1-26 ; tłumaczenie niemieckie : *Der Einflus moderner mathematischen Methoden auf die klassischen Theorien der Mathematik,* Die Hauptreferate des 8. Polnischen Mathemtikerkongresses vom 6, bis 12 September 1953 in Warschau. Deutscher Verl. Der Wissenschaften, Berlin 1956, 45-68.
[92] *Sur le structure de l'ensemble engendré par les intégrales non asymptotiques des équations différentielles* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 3(1955), 143-148.
[93] *Sur la métheode de A.Pliś de déterminer le domaine d'existence de la solution du problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de premier ordre,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 4(1956), 131-135.
[94] *Remarque sur un système d'inégalités intégrales,* Annales Polonici Mathematici, 3(1956), 210- 212.
[95] *Une remarque sur l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles,* Proceedings of the Third Soviet Conference of Mathematicians, Moscow 1956.
[96] *Quelques observations simples sur l'allure des intégrales des équations différentielles,* Comptes Rendus du IV-ième Congrès de Mathématiciens Roumaniens à Bucarest, 1956.
[97] (współautorzy C.Olech i Z.Opial) *Sur le problème d'osculation des intégrales de l'équation* $y'' - g(x)y = 0$*,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 5(1957), 621-626.
[98] (współautorzy A.Bielecki i J.Szarski) *Równania różniczkowe oraz równania całkowe i rachunek wariacyjny,* [w :] *Bibliografia Matematyki Polskiej w X- leciu 1944-1954,* Wiadmości Matematyczne 2(1957), 61-73.

[99] (współautor A.Pliś) *A uniqueness condition with a standard differential equation without uniqueness property,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 6(1958), 145-148.

[100] (współautor J.Szarski) *Sur l'existence des intégrales asymptotiques des équations différentielles issues d'un ensemble de dimension zéro,* Colloq. Math., 6(1958), 215-218.

[101] (współautor Z.Mikołajska) *Sur le opérations transformant séries convergentes en séries convergentes,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 6(1958), 615-618.

[102] *Sur l'allure asuymptotique des intégrales des équations différentielles ordinaires,* Internatioonal Congress of Mathematicians, Edinburgh 1958, Abstracts of short communications, 69-70.

[103] (współautor J.Szarski) *Interprétation géométrique des conditions d'intégrabilité d'un système d'équations aux différentielles totales,* Annales Polonici Mathematici, 6(1959), 241-245.

[104] (współautorzy J.Szarski i Z.Szmydt) *Remarque sur la régularité des intégrales des équations différentielles hyperboliques du second ordre,* Annales Polonici Mathematici 6(1959), 241-245.

[105] *Sur un problème asymptotique relatif au système de deux équations différentielles ordinaires,* Annali di matematica, 49(1960), 139-146.

[106] *Rola Instytutu Matematyznego w działalności poszczególnych ośrodków matematynnzych w Polsce,* Wiadomości Matematyczne, 3(1960), 217-221.

[107] *Sur une extension du procédé de I.Jungermann pour établir la convergence des approximation successives au cas des équations différentielles ordinaires,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 8(1960), 43-46.

[108] *Sur un procédé de prouver la convergence des approximation successives sans utilsation des séries de comparaison,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 8(1960), 47-52.

[109] *Sur la dérivabilité de la limite d'une suite des fonctions possédant une dérivée approximative unilatérale (cas de l'espace de Banach),* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 8(1960), 295-299.

[110] *Sur l'existence et l'unicité des intégrales des équations différentielles ordinaires au cas de l'espace de Banach,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 8(1960), 301-305.

[111] *Système de commande et équations au contingent,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 9(1961), 151-155.

[112] *Sur une condition d'existence des fonctions implicites mesurables,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 9(1961), 861-863.

[113] *Sur une condition équivalente à l'équation au contingent,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 9(1961), 865-867

[114] *Sur la sémicontinuité inférieure du « tendeur » d'un ensemble compact variant d'une façon continue,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 9(1961),869-872.

[115] *O problemie asymptotycznego sterowania w przypadku nieliniowym,* Archiwum Automatyki i Telemechaniki, 7(1962), 19-32.

[116] *Sur une généralisation de la notion des solutions d'une l'équation au contingent,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 10(1962), 11-15.

[117] *Sur les systèmes de commande non linéaires dont le contredomain de commande n'est pas forcément convexe,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 10(1962), 17-21.

[118] *Sur quelques définitions équivalentes des quasitrajectoires des systèmes de commande,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 10(1962), 469-471.

[119] *Équations au contingent et systèmes de commande,* International Congress of Mathematicians, Stockholm 1962, Abstracts of Short Communiactions, 204.
[120] (współautor A.Pliś) *Functions with all partial derivatives arbitrarily prescribed at a point,* Annales Polonici Mathematici, 12(1962), 155-157.
[121] *On an optimal control problem (in connection with the theory of orientor fields of A.Marchaud and S.K. Zaremba),* [w :] *Differential Equations and their Applications,* Proceedings of the Conference held in Prague in Sepetember 1962, Praha 1963, 229-242.
[122] *Sur un système de commande dont les trajectoires coïncident avec les quasitrajectoires du système de commande donné,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 11(1963), 101-104.
[123] *On certain conditions of existence of periodic trajectories and quasitrajectories of the control system of ordinary differential equations,* [w :] *Non-linear vibration problems,* Warszawa 1963 [1964], 376-377.
[124] (współautor J.Szarski) *Stanisław Zaremba* [w :] Studia z dziejów Katedr Matematyki, Fizyki, Chemii Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 1964, 103-117.
[125] *Sur la convergence des approximations successives pour l'équations différentielles ordinaires au cas de l'espace de Banach,* Annales Polonici Mathematici, 16(1965), 231-235.
[126] *Une méthode de construction de solutions approchées des équations différentielles ordinaires au cas de l'espace de Banach,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 14(1966), 133-136.
[127] *Remarque sur un cas particulier de la méthode de Runge et Kutta,* Funkialaj Ekvacioj, 9(1966), 287-290.
[128] *On differential equations asymptotically induced by a sequence of discrete functions,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 15(1967), 551-555.
[129] *Arzela-like theorem with applications to differential equations and control theory,* [w :] *Differential Equations and Applications,* Proceedings of the Conference held in Braticlava in September 1966, Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Commenianae, Mathematica, 17(1967), 155-159.
[130] *Sur un systéme des inégalites intégrales ordinaires non lineaires,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math., Astronom. et Phys., 17(1969), 225-231.

Bibliografia (wybranych) książek i prac omawiających życie i dzieło Tadeusza Ważewskiego lub wspominających o jego działalności oraz niektórych prac nawiązujących bezpośrednio do jego wyników

{1} **I.Barbilat,** *Applications du principe topologique de T.Ważewski aux équations différentielles du second ordre,* Ann.Polon.Math., 5(1958/1959), 303-317.
{2} **J.Bebernes,** *Positive invariance and Ważewski theorem,* Ordinary and Partial Differential Equations, Proc. Conf. Univ. Dundee 1974, Lecture Noites in Math., vol. 415, Spoinger-Verlag, Berlin 1974, 35-39.
{3} **J.Bebernes, J.D.Schur,** *The Ważewski topological method for contingent equations,* Ann.Mat.Pura et Appl., (4)87(1970), 271-279.
{4} **N.P.Bhatia, G.P.Szegö,** *Dynamical Systems: Stability Theory and Applications,* Lecture Notes in Mathematics, 35, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1967.
{5} **N.P.Bhatia, G.P.Szegö,** *Stability Theory of Dynamical Systems,* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1970.
{6} *Bibliografia Matematyki Polskiej w X-leciu 1944-1954,* Wiadomości Matematyczne(ser. II), 2(1957-1959), 1-154.
{7} **A.Bielecki,** *Extension de la méthode de rétracte de T.Ważewski dans l'étude de equations au paratingent,* Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, Sect. A, 9(1955), 37-61.

{8} **Z.Ciesielski,** *Stan i perspektywy rozwojowe matematyki* [w:] *II Kongres Nauki Polskiej. Materiał Kongresowe. Sekcja I Nauk Matematycznych,* Warszawa, czerwiec 1973, podrozdział: *Rozwój i osiągnięcia matematyki w Polsce w latach 1951-1971,* paragraf: *Równania różniczkowe z teorią sterowania.*

{9} **J.J.O'Connor, E.F.Robertson,** *Tadeusz Wazewski,* http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Wazewski.html

{10} *Development of Mathematics 1900-1950,* ed: **Jean-Paul Pier.** Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin,1994.

{11} *Drugi Zjazd matematyków Polskich,* Wiadomości Matematyczne (red. Samuel Dickstein), 33 (1931), 107-111.

{12} **R.Duda,** *Lwowska szkoła matematyczna,* wyd. Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław 2007.

{13} **Z.Kamont,** *Hyperbolic Functional Differential Inequalities and Applications,* Kluwer Academic Publications, Dordrecht, Boston, London, 1999.

{14} **K.Kuratowski,** *Pół wieku matematyki polskiej 1920-1970,* Biblioteka Wiedzy Powszechnej Omega 247, Warszawa 1973.

{15} **K.Kuratowski,** *A Half Century of Polish Mathematics. Remembrance and Recollections,* Oxford Pergamon Press and Polish Scientific Publishers, Warsaw 1980.

{16} **J.Mawhin** *Bound sets and Floquet boundary value problems for nonlinear differential equations, ,* Proceedings of the Conference "Topological Methods in Differential Equations and Dynamical Systems", [w:] Universitatis Iagellonicae Acta Mathematica, 36 (1998), 41-53.

{17} **C.Olech,** *On the asymptotic behaviour of the solutions of a system of ordinary non-linear differential equations,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 4(1956), 555-561.

{18} **C.Olech,** *O wynikach Tadeusza Ważewskiego w matematycznej teorii optymalnego sterowania,* Wiadomości Matematyczne, 20(1976), 66-69.

{19} **C.Olech**, *On the Ważewski Equation*, Proceedings of the Conference „Topological Methods in Differential Equations and Dynamical Systems", Universitatis Iagellonicae Acta Mathematica, 36 (1998),55-64.

{20} **C.Olech,** *O równaniu Ważewskiego* [ukaże się w tomiku poświeconym Tadeuszowi Ważewskeimu wyd. przez Archiwum Nauki PAU i PAN oraz Komisję Historii Nauki PAU w serii „W służbie nauki"].

{21} **C.Olech, A.Pelczar, Z.Szmydt**, *Tadeusz Ważewski* [w: **Tadeusz Ważewski,** *Selected Papers,* PWN, Warszawa 1990].

{22} **C.Olech, J.Szarski, Z.Szmydt**, *Tadeusz Ważewski (1896-1972),* Annales Polonici. .Mathematici, 29 (1974), 1-13.

{23} **C.Olech, J.Szarski, Z.Szmydt**, *Tadeusz Ważewski (1896-1972),* Wiadomości Matematyczne, 20(1976),55-62.

{24} **T. Pankiewicz**, *Apteka w getcie krakowskim,* Wydawnictwo Literackie, Kraków, 2003, str.46-48.

{25} **A.Pelczar,** *O metodzie kolejnych przybliżeń,* Wiadomości Matematyczne, 20(1976), 80-84.

{26} **A.Pelczar,** *Some generalizations of the retract theorem of T. Ważewski with applications to ordinary and partial differential equations of the first order,* Annales Polonici Mathematici, 29(1974),15-59.

{27} **A.Pelczar,** *A local version of the generalized retract theorem of T.Ważewski with applications in the theory of partial differential equations of first order,* Annales Polonici Mathematici, 36(1979),11-28.

{28} **A.Pelczar,** *Wstęp do teorii równań różniczkowych, Cz.II Elementy jakościowej teorii równań różniczkowych,* Biblioteka Matematyczna, t. 67, PWN, Warszawa 1989.

{29} **A.Pelczar,** *Tadeusz Ważewski (1896-1972) uczony i nauczyciel*, [w:] Wydział Matematyki i Fizyki, Złota Księga, Uniwersytet Jagielloński, 600-lecie odnowienia Akademii Karkowskiej, Kraków 2000, 341-356.

{30} **A.Pelczar,** *Polska historia równań różniczkowych,* [w:] Recepcja w Polsce nowych kierunków i teorii naukowych, red. **A.Strzałkowski,** Komisja Historii Nauki PAU, Monografie 4, Krakow 2001, 157-194.

{31} **A.Pelczar,** *Równania różniczkowe w Polsce. Zarys historii do połowy lat siedemdziesiątych XX wieku,* Wiadomości Matematyczne,37(2001),63-118 oraz *Równania różniczkowe w Polsce. Zarys historii do połowy lat siedemdziesiątych XX wieku. Corrigenda te addenda,* Wiad. Mat., 38 (2002), 223-224.

{32} **A.Pelczar,** *Tadeusz Ważewski 1896-1972 twórca krakowskiej szkoły równań różniczkowych* [wstęp do Katalogu wystawy zorganizowanej w Archiwum Nauki PAU i PAN w Krakowie w związku ze 110-tą rocznicą urodzin Tadeusza Ważewskiego i sesją naukową, która odbyła się 23.IX.2006 r.].

{33} **A.Pliś,** *Metoda topologiczna badania przebiegu rozwiązań równań różniczkowych,* Wiadomości Matematyczne, 20(1976), 70-71.

{34} **A.Pliś,** *On a topological method for studying the behavior of the integrals of ordinary differential equations,* Bull. Acad. Polon. Sci., Cl.III, 2(1954), 415-418.

{35} **K.P.Rybakowski,** *Ważewski principle for retarded functional differential equations,* J.Differential Equtaions, 36(1980), 117-138.

{36} **J.Szarski,** *Przemówienie na Sesji Naukowej poświęconej pamięci Profesora Tadeusza Ważewskiego,* Wiadomości Matematyczne,20(1976),64-65.

{37} **J.Szarski,** *Nierówności różniczkowe i równania cząstkowe pierwszego rzędu w spuściźnie naukowej Tadeusza Ważewskiego,* Wiadomości Matematyczne, 20(1976), 71-76.

{38} **J.Szarski,** *Characteristics and Cauchy Problem for Nonlinear Partial Differential equations of the First Order,* Univesrity of Kansas, Department of Mathematics, Studies in Eigenvalue Problems, Technical Report 21, Lawrence 1959.

{39} **J.Szarski,** *Differential Inequalities,* Monografie Matematyczne PAN, t. 43, PWN, I. wyd. Warszawa 1965, II wyd. Warszawa 1967.

{40} **R. Srzednicki**, *Ważewski Method and Conley Index* [w:] *Handbook of Differential Equations: Ordinary Differential Equations,* red. **A.Cañada, P.Drábek, A.Fonda**, *vol. 1,* Elsevier B.V., Amsterdam, 2004, rozdział 7, 591-684.

{41} **R. Srzednicki,** *Metoda retraktowa Ważewskiego Ważewskiego* [ukaże się w tomiku poświeconym Tadeuszowi Ważewskeimu wyd. przez Archiwum Nauki PAU i PAN oraz Komisję Historii Nauki PAU w serii „W służbie nauki"]

{42} **R.Srzednicki, K.Wójcik, P.Zgliczyński,** *Ficed point results based on the Ważewski method,* [w:] *Handbook of Topological Fixed Point Theory,* red. **R.F.Brown, M.Furi, L.Górniewicz, B.Jiang,** Springer Verlag, Dordrecht 2005, rozdz. 23, 905-943.

{43} **A.Turowicz,** *Przemówienie na Sesji poświeconej pamięci Profesora Ważewskiego,* Wiadomości Matematyczne, 20(1976), 63-64.

{44} **A.Turowicz,** *Sur les trajectories et quasi-trajectories des systémes de commande non linéaires,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér . Sci. Math., Astronom. et Phys.,10(1962),529-531.

{45} **A.Turowicz,** *Remarque sur la définition des quasi-trajectories d'un systéme de commande non linéaire, ,* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér . Sci. Math., Astronom. et Phys., 11(1963), 367-368.

{46} *Trzeci Zjazd Matematyków Polskich w Warszawie od 28 września do 3 października 1937r.* Wiadomości Matematyczne (red. Samuel Dickstein), 46 91939), 1-9.

{47} **W.Walter,** *Differential- und Integral-Ungleichungen und ihre Anwendung,* Springer Tracts in Natural Philosophy, vol. 2, Springer-Verlag, Berlin 1964.

{48} W.Walter, *Differential and Integral Inequalities,* (transl. L.Rosenblatt, L.Shampina), Springer-Verlag, Berlin 1969.

Andrzej Pelczar
Andrzej.Pelczar@im.uj.edu.pl