1. Biografia

Sierpiński Wacław Franciszek (1882–1969) urodził się 14 marca 1882 r. w Warszawie jako jedyny syn Konstantego Wacława, lekarza, i Ludwiki z Łapińskich. Ukończył V Gimnazjum Klasyczne w Warszawie, gdzie nabrał zamiłowania do matematyki pod wpływem nauczyciela Włodziemierza Włodarskiego. Od r. 1900 studiował matematykę na Cesarskim Uniwersytecie Warszawskim, tam zainteresował się teorią liczb i pod kierunkiem G. Woronoja napisał swoje pierwsze prace z tej dziedziny. W 1904 r. otrzymał stopień kandydata nauk za nagrodzoną złotym medalem pracę i został nauczycielem matematyki i fizyki w IV Gimnazjum Żeńskim. W r. 1905, przyłączając się do strajku szkolnego porzucił to stanowisko, wyjechał do Krakowa i kontynuował studia matematyczne na Wydziale Filozoficznym UJ. W roku następnym doktoryzował się, formalnie u Stanisława Zaremby, na podstawie rozszerzonej wersji kandydackiej rozprawy, napisanej pod kierunkiem Woronoja „O sumowaniu szeregu $\sum_{m^2+n^2\leq x} f(m^2+n^2)$", opublikowanej pod nieco zmienionym tytułem jako [3] (liczby w nawiasach bez litery odnoszą się do części A spisu publikacji). Po powrocie do Warszawy uczył w latach 1906–8 matematyki w polskich prywatnych szkołach średnich, Seminarium Nauczycielskim w Ursynowie oraz Towarzystwie Kursów Naukowych. W r. 1907 zainteresowany teorią mnogości spędził kilka miesięcy w Getyndze, gdzie zetknął się m. in. z C. Caratheodorym. Po powrocie w r. 1908 habilitował się na Uniw. Lwowskim na podstawie prac z teorii liczb, m. in. „O pewnym zagadnieniu z rachunku funkcji asymptotycznych", [1] i został tam docentem, a po otrzymaniu tytułu profesora nadzwyczajnego we wrześniu 1910 kierownikiem II katedry matematyki. Jako jeden z pierwszych na świecie wprowadził w r. 1909 wykład z teorii mnogości i opracował jej syntetyczne ujęcie „Zarys Teorii mnogości" (C[2]), piąte w porządku chronologicznym.

Wybuch pierwszej wojny światowej zastał Sierpińskiego w majątku teściów Pomajowie na Białorusi, skąd (jako poddany austriacki od 1910 r.) wraz z rodziną został przez władze rosyjskie wywieziony i internowany w Wiatce, gdzie spędził osiem miesięcy. Dzięki staraniom matematyków moskiewskich uzyskał w r. 1915 zezwolenie na zamieszkanie w Moskwie, gdzie brał udział w pracach Moskiewskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Koła Naukowego (jako członek Zarządu). W tym okresie zaprzyjaźnił się z N. Łuzinem, z którym współpraca przyniosła w przyszłości osiem prac wspólnych.

W lutym 1918 przez Finlandię i Szwecję Sierpiński wrócił do Polski i przez semestr letni wykładał we Lwowie, ale już jesienią 1918 r. powołano go na UW, gdzie w kwietniu 1919 otrzymał nominację na profesora zwyczajnego i kierownictwo I katedry matematyki. W latach 1921–2 pełnił też funukcję dziekana Wydziału Filozoficznego. Podczas wojny 1920 r. pracował w Wydziale Szyfrów Sztabu Głównego i przyczynił się do złamania, dokonanego przez Stefana Mazurkiewicza szyfru wojsk radzieckich.

W okresie międzywojennym Sierpiński prowadził wykłady z teorii mnogości abstrakcyjnych i punktowych, teorii funkcji zmiennej rzeczywistej, teorii miary, analizy matematycznej, teorii liczb, algebry wyższej i wstępu do matematyki. W r. 1920 wspólnie ze Stefanem Mazurkiewiczem i Zygmuntem Janiszewskim założył, a następnie redagował „Fundamenta Mathematicae", pierwsze w świecie czasopismo matematyczne wyspecjalizowane otwarte tylko dla prac z teorii mnogości i jej zastosowań oraz logiki matematycznej. Zorganizował I Kongres Matematyków Krajów Słowiańskich w Warszawie (1929) i był jego prezesem. Był prezesem I Polskiego

Zjazdu Matematycznego we Lwowie (1927) i III w Warszawie (1937), a także reprezentował polską matematykę na Międzynarodowych Kongresach Matematyków w Toronto (1924), jako ich wiceprezes — w Bolonii (1928) i Oslo (1936), a na Kongresie w Zurychu (1932) wygłosił odczyt plenarny „Sur les ensembles de points qu'on sait définir effectivement" [318]. Był też honorowym prezesem II Kongresu Matematyków Rumuńskich w Turnu-Severin (1932).

Podczas okupacji Sierpiński pracował formalnie jako urzędnik warszawskiego magistratu i od 1 X 1942 do 30 VI 1944 brał udział w podziemnym nauczaniu jako wykładowca teorii mnogości i teorii liczb; w swoim mieszkaniu organizował tajne wykłady z matematyki. Napisał też kilkanaście prac i książkę C[14]. Po powstaniu warszawskim i przejściu przez obóz w Pruszkowie przebywał w okolicach Miechowa i Racławic skąd w lutym 1945 dotarł do Krakowa. Przez letni semestr 1945 wykładał na UJ, ale już w jesieni ponownie objął swoją katedrę w Warszawie i wznowił przedwojenne wykłady. Do r. 1952 był kierownikiem I katedry matematyki, od r. 1952 do zakończenia pracy na UW w r. 1960 — kierownikiem Katedry Funkcji Rzeczywistych. Po utworzeniu w r. 1948 Państwowego Instytutu Matematycznego w Warszawie (od 1952 r. — Instytut Matematyczny PAN) został w nim samodzielnym pracownikiem naukowym, następnie przewodniczącym (1953–67) i przewodniczącym honorowym (1967–69) jego Rady Naukowej; był także kierownikiem Zakładu Teorii Liczb (maj–wrzesień 1960) i mimo przejścia 1 X 1960 na emeryturę prowadził w tym zakładzie seminarium do wiosny 1967 r.

W r. 1945 wznowił wydawanie „Fundamenta Mathematicae" (od r. 1951 jako redaktor honorowy), a także w latach 1956–69 był redaktorem naczelnym wznowionego po wojnie jedynego wówczas czasopisma na świecie poświęconego teorii liczb „Acta Arithmetica". Ponadto był członkiem komitetów redakcyjnych zagranicznych czasopism: „Compositio Mathematica" (1935–66), „Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete" (1939–44) i „Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo" (1952–69). Przewodniczył VII Polskiemu zjazdowi Matematycznemu (połączonemu z III Zjazdem Matematyków Czeskich) w Pradze (1949) oraz VIII w Warszawie (1953). W latach 1950–67 był przewodniczącym Komitetu Okręgowego Olimpiady Matematycznej w Warszawie, w r. 1951 działał w Komitecie Organizacyjnym Pierwszego Kongresu Nauki Polskiej.

Sierpiński był jednym z twórców polskiej szkoły matematycznej i wykształcił trzy pokolenia matematyków, do jego uczniów należeli m. in.: Stanisław Ruziewicz, Otto Nikodym, Stefan Mazurkiewicz, Kazimierz Kuratowski, Bronisław Knaster, Stanisław Saks, Kazimierz Zarankiewicz, Antoni Zygmund, Adolf Lindenbaum, Karol Borsuk, Stefania Braunówna, Edward Szpilrajn-Marczewski, Antoni Wakulicz, Jerzy Browkin, Andrzej Rotkiewicz i Andrzej Schinzel, z tym że nie dla wszystkich wymienionych był promotorem przy doktoracie. Otrzymał doktoraty honorowe uniwersytetów we Lwowie (1929), Amsterdamie (1932), Tartu (1932), Sofii (1939), Paryżu (1939), Bordeaux (1947), Pradze (1948), Wrocławiu (1948), Lucknow (1949) i Moskwie (1967),

Sierpiński należał do wielu organizacji i towarzystw naukowych w kraju i za granicą. Był członkiem korespondentem Akademii Umiejętności (od r. 1917), członkiem czynnym Polskiej Akademii Umiejętności (od r. 1921) oraz jej delegatem na ośrodek naukowy Warszawski (1936–52); należał do Komitetu Naukowego Matematycznego (1936–9), był członkiem rzeczywistym PAN (od r. 1952), jej wiceprezesem (1952–57), następnie aż do r. 1968 członkiem Prezydium. Był też członkiem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (od r. 1908), jego wiceprezesem (1925–31) i prezesem do zawieszenia działalności Towarzystwa w r. 1952, członkiem czynnym Towarzystwa Naukowego we Lwowie (od r. 1926), prezesem (1928–30) PTM, od r. 1964 jego członkiem honorowym, a w latach 1926–33 reprezentował je jako przewodniczący Komitetu Narodowego Matematycznego wobec Międzynarodowej Unii Matematycznej, członkiem Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk (od r. 1949) i członkiem honorowym Wrocławskiego Towarzystwa Nauk (od r. 1965). Ponadto przewodniczył Towarzystwom: Nauczycieli Szkół Średnich i Wyższych (1927–33), Popierania Współpracy Naukowej z Francją (1959–63) i Przyjaźni Polsko-Rumuńskiej (w okresie międzywojennym). Za granicą był członkiem korespondentem Towarzystwa Geograficznego w Limie (od r. 1928, później honorowym, od r. 1932), Królewskiej Akademii Serbskiej (od r. 1932), Królewskiej Akademii Rumuńskiej (od r. 1932, później honorowym — od r. 1934), Królewskiego Towarzystwa Naukowego w Liège (od r. 1934), Bułgarskiej (od 1934), Jugosłowiańskiej (od r. 1938) i paryskiej Akademii Nauk (od 1948 r., później czynnym zagranicznym — od 1960), a także Niemieckiej Akademii Nauk w Berlinie (od r. 1950), członkiem honorowym Towarzystwa Matematyków i Fizyków Czeskich (od r. 1923), Towarzystw Matematycznych w Kalkucie (od r. 1930), Belgijskiego (od r. 1931), w Benares (od 1949), w Londynie (od 1964) oraz Akademii Nauk w Nowym Jorku (od 1959), Akademii Socjalistycznej Republiki Rumunii (od r. 1965), a także profesorem honorowym Uniwersytetu św. Marka w Limie (od r. 1939), ponadto członkiem Moskiewskiego Towarzystwa Matematycznego (od r. 1923), Królewskiego Czeskiego Towarzystwa Naukowego (od r. 1930), Akademii Nauk Ścisłych, Fizycznych i Przyrodniczych w Limie(od r. 1939), Królewskiego później Narodowego Towarzystwa Nauk i Sztuk w Neapolu (od r. 1939), Accademia dei Lincei w Rzymie (od r. 1947), Czechosłowackiej (od r. 1960) i Królewskiej Holenderskiej Akademii Nauk (od r. 1961), Międzynarodowej Akademii Filozofii Nauki w Brukseli (od r. 1961, także jej wiceprezesem w latach 1962–5) oraz Papieskiej Akademii Nauk (od r. 1968).

Sierpiński zmarł 21 października 1969 r. w Warszawie i pochowany został w Alei Zasłużonych na cmentarzu Powązkowskim. Prace i działalność Sierpińskiego były wielokrotnie nagradzane, otrzymał m. in. trzykrotnie nagrodę Akademii Umiejętności im. Konstantego Simona: za prace z matematyki czystej (1911), za „Zarys teorii mnogości”, C[2] (1913) i za „Teorię liczb”, C[3] (1917), nagrodę Polskiej Akademii Umiejętności za „Fundamenta Mathematicae” (1921), nagrodę rządu polskiego za całokształt pracy naukowej (1923), nagrodę im. Jakuba Natansona przyznaną przez Kasę im. J. Mianowskiego za „Topologię ogólną”, C[2] (1928), dwukrotnie nagrody naukowe miasta Warszawy (1929, 1954), nagrodę PTM im. Stanisława Zaremby (1947), narodę państwową I stopnia za całokształt pracy (1949), nagrodę „Problemów” za popularyzację nauki (1961) i złoty medal Fundacji Alfreda Jurzykowskiego (1968).

Był odznaczony m. in. Krzyżem Komandorskim Orderu Polonia Restituta (1925), Krzyżem Komandorskim z Gwiazdą (1951) i Krzyżem Wielkim Orderu Odrodzenia Polski (1957), Orderem Sztandaru Pracy 1 kl. (1954), Krzyżem Orderu Korony Rumuńskiej 2 kl. (1930), węgierskim Krzyżem Zasługi 2 kl. (1932), Krzyżem Oficersim (1933) i Komandorskim francuskiej Legii Honorowej (1958) oraz bułgarskim Orderem Obywatelskiej Zasługi 2 kl. (1939). Jego imieniem nazwano krater na Księżycu, jedną z ulic Warszawy, jedną z nagród PTM, jedną z nagród III Wydziału PAN oraz doroczny wykład i związany z nim medal Oddziału Warszawskiego PTM i UW.

2. Dorobek naukowy w zakresie teorii liczb

Dorobek naukowy Sierpińskiego obejmuje 724 prace i komunikaty badawcze, 113 artykułów przeglądowych lub popularnych i przemówień, 31 książek i broszur, nie licząc przekładów 14 skryptów. Dotyczy teorii liczb, analizy matematycznej, ogólnej i deskryptywnej teorii mnogości, topologii mnogościowej, teorii miary i kategorii oraz teorii funkcji zmiennej rzeczywistej. Pełną bibliografię oraz omówienie dorobku Sierpińskiego zawierają jego „Ouvres choisies" (I–III) opublikowane 2 latach 1974–76 w Warszawie. Tu omówimy tylko prace z teorii liczb, odsyłając do omówienia innych dziedzin w artykułach:
— Stanisław Hartman, Les travaux de W. Sierpiński sur Analyse, T. I, 217–20, Warszawa 1974,
— A. Mostowski, La théorie générale des ensembles, T. II, 11–13, Warszawa 1976
— S. Hartman et E. Marczewski, Ensembles analytiques et projectifs, ibid. 13–17,
— E. Marczewski, Topologie générale, ibid., 17–20,
— S. Hartman, Méasure et catégorie. Congruence des ensambles, ibid. 20–25
— S. Hartman, Fonctions d'une variable réelle, ibid. 25–31.

Pierwsza praca Sierpińskiego [1], ściśle wzorowana na pracy Woronoja z 1903 r. o problemie dzielników, zawiera oszacowanie różnicy między liczbą punktów kratowych w kole o środku $(0,0)$ i promieniu $\sqrt{x}$ a polem koła przez $c_1\sqrt[3]{x}$ (c_1,c_2,... oznaczają stałe). Poprzedni krok w tym kierunku należący do Gaussa był $c_2\sqrt{x}$, a następny krok zrobił dopiero w 1923 r. J. G. van der Corput, dowodząc oszacowania c_3x^{Θ}, $\Theta < 1/3$.

Wynik Sierpińskiego wszedł w sposób trwały do historii teorii liczb (por. E. Landau, Vorlesungen über Zahlentheorie, Bd II, str 183, Chelsea 1947). W związku z pracą [1] pozostaje praca [15], zawierjąca dowód wzoru

$$\sum_{l^2+m^2+n^2\le x}\frac{1}{l^2+m^2+n^2} = 4\pi\sqrt{x}+c_4+O\left(x^{-1/6}\right),$$

a po drodze oszacowania

$$\sum_{l^2+m^2+n^2\le x} 1 = \frac{4}{3}x\sqrt{x}+O\left(x^{5/6}\right)$$

ulepszonego w trzy lata później przez Landaua.

Praca doktorska Sierpińskiego [3] dotyczy sum postaci $\sum_{b\ge n\ge a} r(n)f(n)$, gdzie f jest dowolną funkcją liczbową, $r(n)$ zaś liczbą rozkładów liczby naturalnej n na sumy dwóch kwadratów (zamiast używanego obecnie oznaczenia $r(n)$ autor używa oznaczenia $\tau(n)$). Udowodnione są m. in. wzory następujące

$$\sum_{n\le x} r(n^2) = \frac{4}{\pi}x\log x + c_6x + O\left(x^{2/3}\right), \tag{1}$$

$$\sum_{n\le x} r(n)^2 = 4x\log x + c_7x + O\left(x^{3/4}\log x\right), \tag{2}$$

Dowód opiera się na pomysłowym przekształceniu sumy $\sum_{b\geq n\geq 0} r(n)f(n)$, a mianowicie

$$\sum_{b\geq n\geq 0} r(n)f(n) = 4\sum_{\nu=0}^{\lfloor (b-1)/2\rfloor}(-1)^{\nu}\sum_{\mu=0}^{\lfloor b/(2\nu+1)\rfloor} f\left((2\nu+1)\mu\right)$$

co stanowi uogólnienie tożsamości Liouville'a

$$\lfloor\sqrt{x}\rfloor + \lfloor\sqrt{x-1^2}\rfloor + \lfloor\sqrt{x-2^2}\rfloor + \ldots = \lfloor\sqrt{\frac{x}{1}}\rfloor - \lfloor\sqrt{\frac{x}{3}}\rfloor + \lfloor\sqrt{\frac{x}{5}}\rfloor - \ldots$$

Wzór (1) został po raz pierwszy ulepszony w pracy M. I. Stroniny z 1969 r, wzór (2) zaś w pracy S. Ramanujana z 1916 r. nie zawierającej dowodów. Najlepszy znany obecnie wynik pochodzi od M. Kühleitnera (1992).

Z pracą [3] wiążą się tematycznie prace [5], [7] i [8]. W pracy [5] podane są wzory asymptotyczne dla sum $\sum_{n\leq x} f_i(n)$ $(i = 1, 2, 3)$, gdzie $f_1(n)$ jest liczbą liczb naturalnych m takich, że $m^2 \mid n$, $f_2(n)$ jest sumą tych liczb, $f_3(n)$ zaś największą z nich. Suma $\sum_{n\leq x} f_3(n)$ i jej uogólnienia były przedmiotem badań S. M. Lee w roku 1975.

Omówione dotychczasowe prace należą do analitycznej teorii liczb. Inna grupa wczesnych prac Sierpińskiego obejmująca [2], [4], [10], [13], [16], [23], [32], [44] dotyczy rozwinięć liczb rzeczywistych na szeregi i iloczyny nieskończone. Prace te w przekonaniu autora należały do analizy, dziś zalicza się je do teorii liczb (w Mathematics Subject Classification 2000 dział A67). Praca [2] zawiera dowód następującego twierdzenia. Niech $a > 1$ będzie liczbą całkowitą, $\tau(a, k) = 1 - a$ jeżeli $a \mid k$, i 1 jeżeli $a \nmid k$, wówczas dla każdej liczby rzeczywistej $x < 1$

$$a^x = \prod_{k=1}^{\infty}\left(1 + \frac{\tau(a,k)x}{k-x}\right).$$

Dla $x = 1/2$ wzór ten zawiera jako szczególne przypadki wzory podane wcześniej przez Eulera i Sterna.

Praca [13] zawiera m. in. wzór:

$$\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 + \frac{1}{k_n}\right),$$

gdzie $k > 1$ jest liczbą naturalną, $k_1 = k$ i $k_{n+1} = 2k_n^2 - 1$. Szczególne przypadki tego wzoru były podane przez G. Cantora w 1879 r., wzór zaś odkryty ponownie 4 lata później przez F. Engela, któremu bywa na ogół przypisywany.

W pracy [44] zabrane są wyniki prac [23], [32], jest też materiał nowy. Autor rozważa następujące rozwinięcia liczny niewymiernej $x > 1$, w których a_k oznaczają liczby naturalne.

$$x = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{a_k}\ ,\ a_{k+1} \geq a_k(a_k+1), \tag{3}$$

$$x = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{a_1\ldots a_k}\ ,\ a_{k+1} > a_k, \tag{4}$$

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_1 \dots a_k}, \; a_{k+1} \ge a_k, \tag{5}$$

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{\alpha_1 \dots \alpha_k}, \; 0 \le c_k < \alpha_k, \; c_k \text{ całkowite}. \tag{6}$$

Rozwinięcia typu (3) były badane wcześniej przez E. Cohena w 1891 r., a rozwinięcia typu (4) przez M. Ostrogradskiego, który jednak swoich wyników nie ogłosił i znaleziono je w jego spuściźnie pośmiertnej wiele lat po ukazaniu się pracy [44]. Szczególne przypadki rozwinięć typu (5) można znaleźć w dziełach Lamberta, nie dowiódł on jednak na ich temat żadnych twierdzeń ogólnych Zrobił to F. Engel; rozwinięcia typu (5) są nazywane powszechnie rozwinięciami Engela, z wyraźną krzywdą Sierpińskiego, który wyprzedził Engela o dwa lata. Wyniki Sierpińskiego dotyczące rozwinięć (3)–(6) zostały uogólnione w pracy doktorskiej G. Statemayera z roku 1931.

W starości Sierpiński wrócił do tej tematyki w pracach [605] i [636] dotyczących iloczynów nieskończonych. W drugiej z nich wzmacniał wyniki Oppenheima (1953) i uogólniał wynik Eseatta (1937).

Następna grupa wczesnych prac Sierpińskiego dotyczy aproksymacji diofantycznych. Grupa ta obejmuje prace [12], [14], [18], [19], [21], [24], [26] (rozszerzona wersja [18]), [28] (rozszerzona wersja [24]) i [95].

W pracy [19] dowodzi się, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby naturalnej n istnieją co najwyżej dwa ułamki p/q takie, że $|x - p/q| < \frac{1}{nq}$, $1 \le q \le n$. Prace [18] i [21] anonsują, zaś prace [12], [14] i [26] zawierają dowód, że

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \{kx\} \begin{cases} < \frac{1}{2} & \text{dla } x \in \mathbb{Q}, \\ = \frac{1}{2} & \text{dla } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Wzór ten uogólniony jest w pracach [24], [28] dla niewymiernych x w sposób następujący:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \{kx + y\} = \frac{1}{2} \; (y \text{ dowolne}).$$

Ten ostatni wzór równoważny jest równomiernemu rozmieszczeniu ciągu $kx \bmod 1$. Parę miesięcy wcześniej ten sam wynik otrzymał P. Bohl, a prarę miesięcy później H. Wegl, którego następna podstawowa praca na temat równomiernego rozmieszczenia przyćmiła wszystkie wyniki wcześniejsze.

Praca [95] wiąże się z równomiernym rozmieszczeniem $\bmod 1$ ciągu αg^n, dotyczy bowiem liczb absolutnie normalnych. Nazywamy tak liczby rzeczywiste α takie, że dla każdego naturalnego $g > 1$ w rozwinięciu liczby α przy zasadzie g każda cyfra występuje z jednakową częstością. Według twierdzenia Borela prawie wszystkie liczby rzeczywiste są absolutnie normalne. [95] zawiera nowy dowód tego twierdzenia wraz z konstrukcją liczby absolutnie normalnej bez pewnika wyboru, co stanowi odpowiedź na pytanie Borela (1909).

Pozostałe arytmetyczne prace Sierpińskiego należą do elementarnej teorii liczb i dotyczą podzielności, kongruencji, równań diofantycznych, liczb pierwszych i pewnych zagadnień addytywnych.

Prace o funkcjach arytmetycznych dotyczyły z reguły funkcji specjalnie ważnych, takich jak funkcja Eulera ϕ lub suma dzielników, nie zaś ogólnej teorii. Praca [635] zawiera na przykład dowód, że równanie $\phi(x+k) = \phi(x)$ ma przy każdym naturalnym k co najmniej jedno rozwiązanie; do dziś nie wiadomo, czy ma co najmniej dwa.

Liczne prace Sierpińskiego dotyczyły liczb pierwszych. Interesował się ciągiem różnic $p_{n+1} - p_n$, gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą i dowiódł [634], że $\limsup_{n\to\infty} \min\{p_{n+1}-p_n, p_{n+2}-p_{n+1}\} = \infty$. Ten wynik był wielokrotnie wzmacniany i uogólniany, aż do wybitnej pracy M. Maiera (1981). Przypuszczenie Sierpińskiego sformułowane w [642], że każdy wiersz tablicy

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ n+1 & n+2 & \dots & 2n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^2-n+1 & \dots & \dots & n^2 \end{bmatrix}$$

przy dowolnym $n > 1$ zawiera liczbę pierwszą, stanowi daleko idące uogólnienie tzw. postulatu Bertranda. Sierpiński badał postać rozwinięcia dziesiętnego liczby pierwszej i dowiódł w [649], że dla każdego ciągu $k+l$ cyfr $b_1, \dots, b_{k+l}$, gdzie $b_1 \neq 0$ i $(b_{k+l}, 10) = 1$, istnieje liczba pierwsza, której rozwinięcie dziesiętne rozpoczyna się od $b_1, \dots, b_k$ i kończy na $b_{k+1}, \dots, b_{k+l}$. Niełatwe uogólnienie tego twierdzenia zawiera praca Harmana (2006). Sierpiński rozważał również sumę cyfr n-tej liczby pierwszej i oznaczając ją przez S_n postawił w [672] pytanie, czy dla nieskończenie wielu n, $S_n > S_{n+1}$, co zostało pozytywnie rozstrzygnięte przez Erdös (1965).

Interesował się także przedstawialnością liczb pierwszych przez wielomiany i dowiódł [697], że dla każdej liczby naturalnej n istnieje taka liczba naturalna a, że $x^2 + a$ przedstawia więcej niż n liczb pierwszych. Rozważał również rozmieszczenie liczb pierwszych w ciągach o wzroście wykładniczym i dowiódł istnienia nieskończenie wielu takich liczb nieparzystych $k > 1$, że wszystkie wyrazy ciągu $k\dot{2}^n + 1$ są złożone. Dowód ten podany w [660] jest efektywny, ale liczby k zeń otrzymane są rzędu setek tysięcy. Dotychczas nie wiadomo, jaka jest najmniejsza liczba k o wymienionej własności.

Do addytywnej teorii liczb można zaliczyć pracę [633] o przedstawieniach liczb wymiernych przez sumy odwrotności liczb naturalnych. Odwrotności takie nazywał Sierpiński ułamkami prostymi. Według przypuszczeń Erdösa i Straussa ułamek $4/n$ jest dla $n > 1$ sumą trzech ułamków prostych. Sierpiński wypowiedział analogiczne przypuszczenie dla ułamków $5/n$, a B. M. Stewart (1964) sprawdził je dla wszystkich $n < 10^9$. Rozkładom liczb wymiernych na ułamki proste poświęcona jest książeczka C[25].

Inne małe monografie Sierpińskiego dotyczą trójkątów pitagorejskich C[21], równań diofantycznych C[23], liczb pierwszych C[31] i liczb trójkątnych C[34]. Doczekały się one wielu przekładów na języki obce.

Trzy większe dzieła Sierpińskiego C[3], C[30] i C[39] zajmują w literaturze przedmiotu miejsce odrębne. Traktowane jako podręczniki zawierają stosunkowo ubogi zakres materiału, mianowicie elementy teorii liczb oraz najbardziej przystępne części jej bardziej zaawansowanych działów (nierówności Czebyszewa w teorii rozmieszczenia licz pierwszych, arytmetyka ciał kwadratowych, podstawy teorii form kwadratowych i dwójkowych). Natomiast, w przyjętych przez autora ramach, dzieła te mają charakter encyklopedyczny, wiele rezultatów specjalnych przytoczonych jest bez dowodów. Jak pisze W. J. LeVegue w recenzji książki C[39]: „To jest właśnie źródło, do którego należy sięgnąć, aby dowiedzieć się, co wiadomo na temat godnej uwagi rozmaitości zagadnień w elementarnej teorii liczb, które przyciągały uwagę przez lata. Styl jest żywy i autor jest mistrzem w swoim przedmiocie."

3. Literatura

Poggendorff J. C., Biographisch-literarisches Handwörterbuch der exacten Naturwissenschaften, Berlin 1984 VII b Teil 7 (bibl); Adamowicz Z., Wkład Wacława Sierpińskiego do ogólnej teorii mnogości, Wiad. Mat. 26 (1984), 9–18; Engelking R., O pracach Władysława Sierpińskiego z topologii, Wiad. Mat. 26 (1984), 18–24; Historia Nauki Polskiej. Wiek XX. Naki ścisłe z. 1, Warszawa 1995, 83–127 (fot.); Jubileusz 40-lecia działalności na katedrze uniwersyteckiej profesora Wacława Sierpińskiego, Warszawa 1949 (fot. portretu, częściowa bibliogr.); Kuratowski K., Pół wieku matematyki polskiej 1920–1970, Warszawa 1973, 163–170; Marczewski E., O pracach Wacława Sierpńskiego, Wiad. Mat. 14 (1972), 65–72; Rotkiewicz A., W. Sierpiński's work in the theory of numbers, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (2) 21 (1972), 5–24, i 73–4; Schinzel A., O pracach Wacława Sierpińskiego z teorii liczb, Wiad. Mat. 26 (1984), 24–31; Rola Wacława Sierpińskiego w historii matematyki polskiej, tamże, 1–9; Schinzel A., Wacław Sierpiński a szkoła średnia, Matematyka 1980 nr 2, 68-9; Schinzel A., Sierpiński Wacław Franciszek, Polski Słownik Biograficzny XXXVII/3 (1997), 356–359.