Biografia Kazimierza Kuratowskiego

Kazimierz Kuratowski urodził się w Warszawie 2 lutego 1896 roku; był synem Marka, wybitnego prawnika cywilisty, i Róży z Karzewskich. W roku 1913 zdał maturę w Gimnazjum Filologicznym Chrzanowskiego w Warszawie (obecnie Liceum im Jana Zamoyskiego). Była to szkoła z językiem wykładowym polskim, jej matura nie dawała żadnych uprawnień, Kuratowski zdał więc także maturę eksternistyczną w Moskwie. Ponieważ carski uniwersytet w Warszawie był w tym czasie bojkotowany przez młodzież polską, wyjechał do Szkocji, gdzie w roku akademickim 1913/14 studiował na Wydziale Inżynierii Uniwersytetu w Glasgow.

W listopadzie 1915 roku wstąpił na odrodzony Uniwersytet Warszawski, i w roku 1918 ukończył studia matematyczne na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym. Miał szerokie zainteresowania, słuchał wykładów z filozofii i ekonomii, brał aktywny udział w życiu politycznym młodzieży akademickiej, odgrywając pierwszorzędną rolę w strajku studenckim przeciw niemieckim władzom okupacyjnym. W roku 1917 ogłosił swą pierwszą pracę naukową. Wśród profesorów matematyki było wtedy dwóch młodych, wybitnych i aktywnych naukowo topologów – Zygmunt Janiszewski i Stefan Mazurkiewicz, wkrótce dołączył do nich nieco starszy Wacław Sierpiński. Ci trzej matematycy, a także logik Jan Łukasiewicz, decydująco i trwale wpłynęli na Kuratowskiego. Szczególnie bliskie były jego kontakty z Janiszewskim. Pod jego kierunkiem napisał pracę doktorską, promotorem był Sierpiński (styczeń 1921), gdyż Janiszewski zmarł przedwcześnie w roku 1920. Praca poświęcona była ważnym i aktualnym problemom topologii: aksjomatyce przestrzeni topologicznych i continuom nieprzywiedlnym. Po habilitacji na podstawie pracy stanowiącej rozwiązanie pewnego zagadnienia z teorii mnogości postawionego przez de la Vallée Poussina, jesienią 1921 roku Kuratowski został docentem na Uniwersytecie Warszawskim, a w roku 1923 tamże zastępcą profesora.

W roku 1920 ukazał się pierwszy tom *Fundamenta Mathematicae* pisma poświęconego szeroko rozumianej topologii mnogościowej, w którym matematycy warszawscy publikowali swoje wyniki w językach kongresowych. Kuratowski od samego początku współpracował z pismem, ogłaszając w nim wiele artykułów i uczestnicząc w pracach redakcyjnych (m. in. w roku 1922 opublikował tam "Lemat Kuratowskiego-Zorna"). Formalnie do komitetu redakcyjnego *Fundamentów* wszedł w roku 1928, a od roku 1945 aż do śmierci był redaktorem naczelnym pisma (początkowo razem z Sierpińskim). W latach dwudziestych prowadził wspólne badania z Sierpińskim i Mazurkiewiczem i z każdym z nich publikował wspólne prace. Jego najbliższym współpracownikiem był w tym okresie Bronisław Knaster, z którym napisał ważne prace dotyczące pojęcia spójności i continuów. Powstała wtedy, skupiona wokół pisma, Warszawska Szkoła Matematyczna, w której tworzeniu Kazimierz Kuratowski brał aktywny udział.

Ponieważ wszystkie katedry matematyki w Uniwersytecie Warszawskim były obsadzone, Kuratowski zdecydował się na objęcie katedry na Wydziale Ogólnym Politechniki Lwowskiej (którego był później dziekanem). We Lwowie, gdzie spędził siedem lat, życie matematyczne było równie aktywne jak w Warszawie. Działali tam Stefan Banach i Hugo Steinhaus i wychodziło pismo *Studia Mathematica,* poświęcone analizie funkcjonalnej. Kuratowski napisał z Banachem dwie wspólne prace; w pierwszej z nich rozwiązali postawiony przez Hausdorffa ogólny problem miary. Znakomity ten wynik wzmocnił niebawem lwowski uczeń Kuratowskiego Stanisław Ulam. Innym ważnym wynikiem uzyskanym przez Kuratowskiego w latach lwowskich jest twierdzenie o grafach niespłaszczalnych. Pobyt we Lwowie Kuratowski uważał za "najbardziej owocny okres twórczości naukowej". W roku 1929 Kazimierz Kuratowski ożenił się z Jadwigą Kozłowską, a w roku 1931 urodziła się im córka Zofia.

W roku 1932 w Warszawie rozpoczęto wydawanie serii książek poświęconych najnowszym dziedzinom matematyki – były to sławne *Monografie Matematyczne*, pisane w językach obcych przez polskich autorów. Pomysł serii pochodził od Kuratowskiego, który uważał, że polska matematyka powinna mieć swoją serię monografii, tak jak ma pisma o zasięgu międzynarodowym *Fundamenta Mathematicae* i *Studia Mathematica*. Trzecim tomem serii była *Topologie I* Kuratowskiego.

Po zlikwidowaniu Wydziału Ogólnego Politechniki Lwowskiej, Kuratowski wrócił w roku 1934 do Warszawy, gdzie zaproponowano mu katedrę matematyki. Profesorem Uniwersytetu Warszawskiego był do roku 1965, kiedy to przeszedł na emeryturę. W roku 1935 brał udział w Pierwszej Międzynarodowej Konferencji Topologicznej w Moskwie, gdzie poznał Solomona Lefschetza, który zaprosił go do Institute of Advanced Study w Princeton. Kuratowski popłynął więc do Nowego Yorku i stamtąd udał się do Princeton, podczas swojego tam pobytu wspólnie z Johnem von Neumannem rozwiązał problem Łuzina o złożoności deskryptywnej powierzchni Lebesgue'a. Odwiedził także kilka amerykańskich uniwersytetów (m. in. Harvard i Duke).

Lata trzydzieste to okres intensywnej pracy nad monografią *Topologie,* na jej użytek Kuratowski gruntownie przemyślał i przekształcił kilka działów topologii, w szczególności deskryptywną teorię mnogości i teorię wymiaru. Dzięki stosowaniu nowych metod, często udawało mu się uogólnić znane wyniki i uprościć ich dowody. Drugi tom tego monumentalnego dzieła był gotowy do druku w roku 1939, ale wybuchła wojna i Kuratowski zmuszony był przerwać na pięć lat pracę naukową. *Topologie II*, po aktualizacji, ukazała się dopiero w roku 1950.

W okresie okupacji Kuratowski żył w nieustannym zagrożeniu i bywał o krok od śmierci. Od maja 1943 roku do wybuchu powstania pod przybranym nazwiskiem ukrywał się przed aresztowaniem. Wykładał jednak na tajnym Uniwersytecie Warszawskim i współpracował z Armią Krajową. Jego sytuację pogarszała jeszcze odnowiona gruźlica.

Lata powojenne to przede wszystkim ogromny wysiłek na rzecz odbudowy nauki polskiej i szkolnictwa wyższego. W realizacji tego wspólnego dzieła wszystkich polskich uczonych, Kuratowski wyróżniał się wielkim talentem organizacyjnym, poświęceniem i zdolnościami dyplomatycznymi. Brał udział w reaktywowaniu Uniwersytetu Warszawskiego, gdzie wznowił wykłady jesienią 1945 i został kierownikiem Seminarium Matematycznego. Skutecznie działał na rzecz wskrzeszenia polskich wydawnictw matematycznych, nawiązania zerwanych przez wojnę kontaktów zagranicznych i odtworzenia księgozbiorów. W latach 1946-53 był prezesem Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Jednak głównym terenem jego działalności, i jego wielkim dziełem, był Państwowy Instytut Matematyczny, obmyślony jeszcze przed wojną i powołany do życia w roku 1949. Kuratowski był jego dyrektorem od roku 1949 do przejścia na emeryturę w roku 1967. Od roku 1952 PIM działał jako Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk, utworzonej w roku 1951. Kuratowski, który współorganizował Akademię, został jej członkiem, a latach 1957-68 – był wiceprezesem. Działał również w Międzynarodowej Unii Matematycznej, której wiceprezesem był w latach 1963-1966. Lubił podróże naukowe, zapraszano go do niemal wszystkich państw europejskich, a także do Stanów Zjednoczonych, Indii i Chin. Zewsząd spadały nań honory. Został członkiem Węgierskiej Akademii Nauk (1953), Akademii Nauk ZSRR (1966), Royal Society of Edinburgh (1966), Włoskiej Akademii Nauk i Sztuk w Palermo (1968), Austriackiej Akademii Nauk (1968), Akademii Nauk NRD w Berlinie (1969), Rzymskiej Akademii dei Lincei (1970) i Argentyńskiej Akademii Nauk (1975). Otrzymał doktoraty honorowe uniwersytetów w Pradze (1958), Glasgow (1959), Wrocławiu (1959) i Paryżu (1966).

Był również bardzo aktywny naukowo: w latach 1945-80 ogłosił 61 prac; z wyników uzyskanych w tym okresie najbardziej znane jest twierdzenie o selekcjach mierzalnych uzyskane wspólnie z Czesławem Ryll-Nardzewskim. Napisał dwa wielokrotnie wznawiane i tłumaczone na języki obce podręczniki: *Rachunek różniczkowy i całkowy* (1946) oraz *Wstęp do teorii mnogości i topologii* (1955). Wspólnie z Andrzejem Mostowskim wydał znakomitą monografię *Teoria*

Mnogości (1952), później rozszerzaną i przetłumaczoną na angielski i rosyjski. Mimo iż dzieło jego życia – monografia *Topologie* – została ukończona w roku 1950, Kuratowski wciąż ją uzupełniał i udoskonalał w kolejnych wydaniach, aż do nadania jej ostatecznego kształtu w wersji angielskiej (1966 i 1968).

Do końca życia miał gabinet w Instytucie Matematycznym na Śniadeckich, gdzie wielu z nas nieraz słuchało jego wspomnień i rad. Zmarł nagle 18 czerwca 1980 roku.

Jego nazwiskiem nazwano w roku 1997 planetoidę 26205.

Dzieło naukowe Kazimierza Kuratowskiego

Kazimierz Kuratowski jest autorem 172 prac naukowych, dwóch monografii i dwóch podręczników akademickich. Napisał 35 artykułów o historii i organizacji matematyki w Polsce i w dwóch książkach zebrał wspomnienia z życia matematycznego i prywatnego. Był promotorem dziewięciu prac doktorskich: Stanisława Ulama (1933), Samuela Eilenberga (który był także uczniem Karola Borsuka) (1936), Romana Sikorskiego (1949), Jerzego Jaronia (1958), Stanisława Mrówki (1959), Ryszarda Engelkinga (1961), Moniki Całczyńskiej-Karłowicz (1966), Józefa Krasinkiewicza (1971) i Janusza Kaniewskiego (1977). Lista tych, którzy na jego wykładach, pracach i książkach uczyli się uprawiania matematyki i przedstawiania swoich wyników byłaby znacznie dłuższa. Pisał i mówił wyjątkowo precyzyjnie, zwięźle i prosto, z dyskretnym wdziękiem. Precyzja i zwięzłość wynikały z jasności jego umysłu oraz z nawyku ścisłego, logicznego myślenia. Prostotę osiągał dzięki głębokiej analizie i umiejętności docierania do sedna problemu. Wdzięk był jego tajemnicą, związaną zapewne z często przezeń przywoływaną analogią miedzy matematyką i muzyką oraz poezją. Wykłady wyraźnie sprawiały mu przyjemność, ich doskonałość zdawała się wypływać z natchnienia i naturalnej swobody. Wśród warszawskich studentów krążyło powiedzenie, że jego wykład przepisany z tablicy stanowiłby wzorowy podręcznik. I była to prawda, ale słuchacze nie wiedzieli, że ten podręcznik istniał – to były notatki profesora. Wszystko, co mówił było doskonale przygotowane i na ogół starannie spisane. Ci, którzy nie mieli szczęścia go słuchać, mogą poznać szczególny, osobisty styl jego wykładu obcując z dwutomową Topologią; ta mistrzowska synteza topologii ogólnej – dzieło życia wielkiego uczonego – wciąż pozostaje arcydziełem literatury matematycznej. Najważniejsze prace Kazimierza Kuratowskiego zostały zebrane w książce K. Kuratowski, Selected papers PWN 1988, zawierającej także omówienie całości jego dorobku naukowego ([11] i [27], liczby w klamrach odsyłają do części "Literatura"). Bardziej szczegółowe przedstawienie dorobku w dziedzinie topologii można znaleźć w [12]. Pisząc niniejsze opracowanie uznaliśmy za właściwe skoncentrowanie się na dokonaniach naukowych Kazimierza Kuratowskiego, które w naszym odczuciu miały największy wpływ na rozwój matematyki. Cytując prace Kuratowskiego, podajemy datę publikacji i kolejną literę, odsyłając do części "Lista publikacji".

1. Operacja domknięcia i Lemat Kuratowskiego-Zorna.

W roku 1922, w trzecim tomie Fundamenta Mathematicae ukazało się siedem prac Kuratowskiego. Wyniki dwóch z nich, [1922e] i [1922d], dotyczące podstaw topologii i teorii mnogości, weszły na trwałe do literatury z tych dziedzin.

Praca [1922e], stanowiąca część rozprawy doktorskiej Kuratowskiego przedstawionej w 1920r. w Uniwersytecie Warszawskim, zawiera cztery aksjomaty operacji domknięcia i opis, w terminach operacji domknięcia, podstawowych pojęć topologicznych. Aksjomaty Kuratowskiego zostały uznane w późniejszym okresie za jedną z najlepszych definicji przestrzeni topologicznych. Ich rola w kształtowaniu się współczesnego języka topologii jest ciekawie opisana w artykule G.H. Moore'a [23].

W pracy [1922d] Kuratowski rozpatruje funkcje F przyporządkowujące każdemu podzbiorowi X ustalonego zbioru E zawierający X zbiór $F(X) \subset E$ i pokazuje, że dla każdego $A \subset E$, wśród zawierających A jako element rodzin podzbiorów E, zamkniętych ze względu na działanie F oraz operację sumy dowolnej podrodziny, istnieje rodzina najmniejsza, która jest dobrze uporządkowana relacją inkluzji, a jej suma jest punktem stałym funkcji F.

Kuratowski wyprowadził z tego twierdzenia następującą zasadę maksimum (terminologia pojawiła się w późniejszej literaturze): jeśli $\mathcal{K}$ jest pewną rodziną podzbiorów ustalonego zbioru zamkniętą ze względu na sumy podrodzin dobrze uporządkowanych relacją inkluzji, to $\mathcal{K}$ zawiera element maksymalny ze względu na inkluzję.

W [1922d] pokazano, że odwołanie się do tej zasady pozwala wyeliminować indukcję pozaskończoną z dowodów szeregu ważnych twierdzeń w topologii i teorii funkcji rzeczywistych.

Zasadę maksimum dla rodzin podzbiorów ustalonego zbioru odkrył ponownie Max Zorn, publikując w 1935r. pracę, w której zastąpił tą zasadą (sformułowaną w nieco słabszej wersji niż u Kuratowskiego) szereg rozumowań algebraicznych, opartych na indukcji pozaskończonej. Zorn zapowiedział też, że w kolejnej pracy wykaże równoważność zasady maksimum z pewnikiem wyboru i zasadą dobrego uporządkowania, ale ostatecznie, takiego dowodu nie opublikował.

W roku 1939 Bourbaki pisał w kontekście zasady maksimum o "twierdzeniu Zorna" i wyprowadził z niej "lemat fundamentalny", który był odpowiednikiem (dla zbiorów częściowo uporządkowanych), twierdzenia Kuratowskiego o punkcie stałym (zob. [6]). Jednakże później przyznał priorytet w sformułowaniu tej zasady Kuratowskiemu (zob. [7]). Obecnie, w literaturze zasadę maksimum dla rodzin zbiorów często nazywa się Lematem Kuratowskiego-Zorna.

Interesujące informacje historyczne, związane z różnymi wariantami zasady maksimum w teorii mnogości, zawiera artykuł P.J. Campbella [8]. Znaczenie pracy Kuratowskiego [1922d] w teorii mnogości jest też ciekawie omówione w artykule A. Kanamori [17].

2. Continua nieprzywiedlne, rozcinanie płaszczyzny, jednosprzęgłość i charakteryzacja sfery dwuwymiarowej.

Continua nieprzywiedlne między dwoma punktami – minimalne continua łączące te punkty, zostały wprowadzone w roku 1909 przez L. Zorettiego w badaniach pojęcia linii. Wkrótce potem L.E.J. Brouwer pokazał, że continua nieprzywiedlne na płaszczyźnie mogą mieć bardzo złożoną strukturę, co przyciągnęło uwagę wielu wybitnych matematyków, w czasach formowania się topologii mnogościowej.

Druga część rozprawy doktorskiej Kuratowskiego [1922f] i jej kontynuacja

[1927c] zawierają głęboką analizę continuów nieprzywiedlnych. Głównym wynikiem tych prac, uzyskanym wspólnie z Bronisławem Knasterem w [1927c], jest twierdzenie o rozkładzie continuum nieprzywiedlnego na "warstwy fundamentalne" – "tranches fondamentales" (określenie "fondamentales" pojawiło się w późniejszej pracy Kuratowskiego [1928c]).

Warstwy fundamentalne continuum X to elementy maksymalne, w sensie inkluzji, w rodzinie podcontinuów X, które są przeliczalnymi sumami nietrywialnych continuów nierozkładalnych (tzn. nie dających się przedstawić w postaci sumy dwóch continuów, z których żadne nie zawiera się w drugim) lub brzegowych w X.

Kuratowski pokazuje w [1922f], że dla continuum X nieprzywiedlnego między punktami a i b, w rodzinie continuów w X zawierających a, które są domknięciami swoich wnętrz, uzupełnionej zbiorem pustym, inkluzja jest porządkiem liniowym mającym typ porządkowy pewnego zbioru domkniętego w [0,1]. Z tym liniowo uporządkowanym zbiorem continuów związane jest w [1927c] w naturalny sposób przekształcenie ciągłe z X na odcinek lub w punkt, którego warstwy są warstwami fundamentalnymi X.

To prowadzi do twierdzenia Knastera i Kuratowskiego, że dla continuum X nieprzywiedlnego między dwoma punktami, przestrzenią rozkładu półciągłego górnie X na warstwy fundamentalne jest albo odcinek albo punkt, przy czym spośród wszystkich takich "liniowych" rozkładów półciągłych górnie X na continua, rozkład na warstwy fundamentalne jest najsubtelniejszy.

Twierdzenie Knastera i Kuratowskiego znacznie wzmocniło wyniki H. Hahna, L. Vietorisa i W.A. Wilsona o "liniowych" rozkładach pewnych continuów nieprzywiedlnych. W szczególności, jeśli opisana w [1922f] liniowo uporządkowana rodzina continuów w continuum X nieprzywiedlnym między a i b ma typ odcinka, to warstwy fundamentalne X pokrywają się z wyróżnionymi przez Vietorisa "Schichten": dwa punkty z X leżą w tej samej warstwie fundamentalnej wtedy i tylko wtedy, gdy nie są porównywalne w relacji $p \prec q$ oznaczającej, że można połączyć a z p oraz b z q rozłącznymi continuami w X.

W pracy [1928c], Kuratowski dowodzi, że dla continuum X na płaszczyźnie, które jest wspólną granicą dwóch obszarów, przestrzeń rozkładu półciągłego górnie X na warstwy fundamentalne jest albo punktem, albo okręgiem, przy czym jest to rozkład najsubtelniejszy spośród "cyklicznych" rozkładów półciągłych górnie X na continua.

Inny niezwykle efektowny wynik z tej pracy orzeka, że continuum na płaszczyźnie, które jest wspólną granicą trzech obszarów jest albo nierozkładalne, albo też jest sumą dwóch continuów nierozkładalnych.

Ważnym pojęciem topologicznym, wyróżnionym niezależnie przez Kuratowskiego i Vietorisa w roku 1926 jest jednosprzęgłość continuum X, która oznacza, że jeśli X jest sumą dwóch continuów, to ich przecięcie jest spójne (nazwa "unicoherent" pojawiła się w jednej z późniejszych prac Kuratowskiego, Vietoris używał terminu "ohne Henkel").

Kuratowski pokazał w [1926b], że dla continuum peanowskiego X (tzn. ciągłego obrazu odcinka), jednosprzęgłość jest równoważna własności, którą Phragmén i Brouwer udowodnili dla sfery dwuwymiarowej: brzeg każdej składowej dopełnienia continuum w X jest continuum.

W pracy [1929a] (której wyniki były prezentowane na Międzynarodowym Kongresie Matematycznym w Bolonii w 1928 r.), Kuratowski podaje piękną charakteryzację topologiczną sfery dwuwymiarowej S^2: continuum peanowskie X jest homeomorficzne z S^2 wtedy i tylko wtedy, gdy żaden punkt nie rozcina X oraz każde continuum niejednosprzęgłe w X rozcina X.

Continua peanowskie spełniające drugi z tych warunków nazywane są w [1929a] continuami Janiszewskiego, dla podkreślenia związków z podstawowymi wynikami Z. Janiszewskiego o rozcinaniu S^2.

Dowodząc homeomorficzności z S^2, Kuratowski pokazuje, że w przestrzeniach Janiszewskiego bez punktów rozcinających zachodzi twierdzenie Jordana oraz każdy punkt ma bazę otoczeń złożonych z obszarów o brzegach homeomorficznych z okręgiem, a następnie odwołuje się do topologicznej charakteryzacji S^2 otrzymanej trzy lata wcześniej przez Irmgard Gawehn.

3. Grafy niespłaszczalne.

Jednym z najczęściej cytowanych twierdzeń Kuratowskiego jest podana w [1930d] charakteryzacja grafów, które zanurzają się w płaszczyznę. Frank Harary opatrzył swoją monografię z teorii grafów [15] dedykacją-czterowierszem:

To Kazimir Kuratowski
Who gave K_5 and $K_{3,3}$
To those who thought planarity
Was nothing but topology

(zob. także [16]).

Graf K_5 to graf o pięciu wierzchołkach, którego każde dwa wierzchołki są połączone krawędzią; wierzchołki grafu $K_{3,3}$ dzielą się na dwie trzyelementowe grupy, przy czym każdy wierzchołek z danej grupy łączy się krawędzią z każdym wierzchołkiem z drugiej grupy i nie łączy z żadnym wierzchołkiem ze swojej grupy.

Kuratowski udowodnił, że graf nie zanurza się w płaszczyznę wtedy i tylko wtedy, gdy zawiera jeden z grafów K_5 lub $K_{3,3}$ (w [1930d], grafy K_5 i $K_{3,3}$ są opisane geometrycznie).

W istocie, Kuratowski pokazał więcej: że continuum peanowskie zawierające co najwyżej skończenie wiele topologicznych kopii okręgu i nie zanurzające się w płaszczyznę, zawiera topologicznie jeden z grafów K_5 lub $K_{3,3}$.

Kilka lat później, S. Claytor wykazał, że dowolne continuum peanowskie, które nie zanurza się w sferę dwuwymiarową, zawiera topologicznie K_5, $K_{3,3}$ lub jedną z dwóch krzywych opisanych przez Kuratowskiego w [1930d], w uwadze dotyczącej zakresu jego twierdzenia.

Interesujące informacje historyczne związane z twierdzeniem Kuratowskiego można znaleźć w pracy J.W. Kennedy'ego, L.V. Quintasa i M.M. Sysły [18].

4. Zbiory dwuspójne, przekształcenia w nerwy pokryć oraz parametryzacje, zanurzenia i uzwarcenia w teorii wymiaru.

Zbiory dwuspójne – zbiory spójne, które nie mają nietrywialnego rozkładu na dwa rozłączne zbiory spójne, były wyróżnione przez Knastera i Kuratowskiego we wnikliwym studium pojęcia spójności [1921d]. Jeden ze zbiorów dwuspójnych opisanych w [1921d] został zaliczony przez P.S. Aleksandrowa i B.A. Pasynkowa w ich monografii z teorii wymiaru [2] do "najznakomitszych przykładów w topologii teorio-mnogościowej".

Ten zbiór – miotełka Knastera-Kuratowskiego, powstaje przez dodanie punktu w nieskończoności do zbioru K punktów (x, y) na płaszczyźnie, gdzie x należy do zbioru Cantora C, $y \geq 0$ oraz y jest wymierne, jeśli x jest końcem przedziału przyległego do C i y jest niewymierne, w przeciwnym razie. Zbiór K nie zawiera nietrywialnych podzbiorów spójnych, ale miotełka $K \cup \{\infty\}$ jest spójna, a więc i dwuspójna.

Miotełka Knastera-Kuratowskiego inspirowała wiele konstrukcji w topologii ogólnej. Zbiory dwuspójne pojawiły się także nieoczekiwanie w badaniach dynamiki eksponenty w dziedzinie zespolonej: J.C. Mayer pokazał w 1990 r., że zbiór końców zbioru Julii dla przekształcenia $\left(\frac{1}{e}\right) e^z$ płaszczyzny zespolonej nie zawiera nietrywialnego zbioru spójnego, ale po dodaniu do niego punktu w nieskończoności otrzymuje się zbiór spójny (zob. [9]).

Ważnym wkładem Kuratowskiego do teorii wymiaru jest rozwinięcie metody kategorii Baire'a w odpowiednich przestrzeniach funkcyjnych, wprowadzonej do tej dziedziny przez W. Hurewicza.

Wzmacniając pewne twierdzenie Hurewicza, Kuratowski pokazał w [1932c], że jeśli F jest zbiorem domkniętym n-wymiarowym, bez punktów izolowanych, w zwartej przestrzeni metrycznej X, to typowe, w sensie kategorii Baire'a, parametryzacje ciągłe X na zbiorze Cantora, mają w każdym punkcie krotność $\leq n + 1$.

W pracach [1937d] i [1938d], Kuratowski pogłębia fundamentalne dla teorii wymiaru twierdzenia o zanurzaniu i uzwarcaniu dowodząc, że dla n-wymiarowej przestrzeni metrycznej ośrodkowej X, typowe w sensie kategorii Baire'a przekształcenie ciągłe $f : X \to [0, 1]^{2n+1}$ przeprowadza X na zbiór o domknięciu n-wymiarowym, przy czym wymiar lokalny punktu $f(x)$ w przestrzeni $\overline{f(X)}$ jest równy wymiarowi lokalnemu x w X.

Podstawowym narzędziem w tych dwóch pracach są tzw. κ-przekształcenia w nerwy otwartych pokryć przestrzeni, wprowadzone niezależnie przez Hurewicza i Kuratowskiego w roku 1933. Wykorzystanie κ-przekształceń uprościło aproksymację przestrzeni topologicznych wielościanami, zapoczątkowaną w pracach P.S. Aleksandrowa i okazało się bardzo użyteczne w zagadnieniach przedłużania przekształceń ciągłych.

Jedno z takich twierdzeń o przedłużaniu orzekające, że każde przekształcenie ciągłe $f : A \to Y$ określone na domkniętym podzbiorze przestrzeni metrycznej ośrodkowej X ma ciągłe przedłużenie $f^* : X \to Y^*$, gdzie Y^* otrzymuje się przez dołączenie do Y wielościanu nieskończonego o wymiarze $\leq \dim(X \setminus A)$, udowodnił Kuratowski w [1935a].

5. Rzutowość powierzchni Lebesgue'a, związek operacji logicznych z deskryptywną złożonością zbiorów i twierdzenia o redukcji.

Podstawowymi obiektami badanymi w deskryptywnej teorii mnogości są zbiory borelowskie w kostce Hilberta $[0,1]^{\mathbb{N}}$, ich ciągłe obrazy – zbiory analityczne, dopełnienia zbiorów analitycznych w $[0,1]^{\mathbb{N}}$ – zbiory koanalityczne, oraz zbiory pojawiające się na kolejnych poziomach hierarchii rzutowej – ciągłe obrazy zbiorów koanalitycznych, ich dopełnienia w $[0,1]^{\mathbb{N}}$, itd.

Bardzo ważną rolę w rozwoju deskryptywnej teorii mnogości odegrała opublikowana przez H. Lebesgue'a w 1905 r. konstrukcja funkcji wielu zmiennych, parametryzująca funkcje rzeczywiste wszystkich klas Baire'a. N. Łuzin w swojej fundamentalnej monografii o zbiorach analitycznych [20] poświęcił wiele miejsca szczegółowej analizie funkcji Lebesgue'a, wyrażając przypuszczenie, że ze względu na indukcję pozaskończoną na której opiera się konstrukcja, wykres tej funkcji wychodzi poza hierarchię rzutową.

Jednakże, Kuratowski pokazał w niezwykle pomysłowej pracy [1936f], że nawet znacznie ogólniejsze konstrukcje przez indukcję pozaskończoną nie wyprowadzają poza klasę zbiorów rzutowych. W kolejnej, wspólnej z Johnem von Neumannem pracy [1937a], Kuratowski wykazał, że powierzchnia Lebesgue'a jest w istocie przecięciem zbioru analitycznego i koanalitycznego (nie będąc ani analityczna, ani koanalityczna).

Powstanie tych ważnych i efektownych prac opisał Kuratowski w "Notatkach do autobiografii" na str. 184-185.

Aby przedstawić twierdzenie Kuratowskiego i von Neumanna, oznaczmy przez $2^{\mathbb{Q}}$ przestrzeń funkcji $t : \mathbb{Q} \to \{0,1\}$ określonych na zbiorze liczb wymiernych, z topologią zbieżności punktowej (homeomorficzną ze zbiorem Cantora), niech WO będzie zbiorem funkcji $t \in 2^{\mathbb{Q}}$, których nośniki są dobrze uporządkowane i niech, dla $t \in WO$, $\bar{t}$ będzie liczbą porządkową, która jest typem porządkowym nośnika funkcji t. Zbiór WO jest koanalityczny.

Powierzchnię Lebesgue'a otrzymuje się prosto ze zbioru L, który powstaje w wyniku następującej konstrukcji. Ustalmy ciąg funkcji borelowskich $f_n : 2^{\mathbb{Q}} \to 2^{\mathbb{Q}}$, przekształcających WO w WO, przy czym $\overline{f_n(t)} < \bar{t}$, dla $t \in WO$ różnych od zera i $f_n(0) = 0$. Dla ustalonych przestrzeni metrycznych zupełnych i ośrodkowych X, Y, zbioru borelowskiego $A \subset X \times Y$ oraz ciągu funkcji borelowskich $g_n : X \to Y$ istnieje dokładnie jeden zbiór $L \subset WO \times X \times Y$(określony przez indukcję pozaskończoną ze względu na typ $\bar{t}$ nośnika funkcji $t \in WO$) taki, że sekcje $L(t,x) = \{y : (t,x,y) \in L\}$ spełniają następujące warunki: $L(0,x) = A(x)$

oraz $L(t,x) = \mathrm{Limsup_n}\, L(f_n(t), g_n(x))$.

Kuratowski i von Neumann udowodnili, że każdy taki zbiór L jest przecięciem pewnego zbioru analitycznego w $2^{\mathbb{Q}} \times X \times Y$ i zbioru koanalitycznego $WO \times X \times Y$.

Bardzo ważną rolę w rozwoju deskryptywnej teorii mnogości odegrała praca Kuratowskiego i Tarskiego [1931b], gdzie struktura logiczna pewnych formuł została powiązana z położeniem w hierarchii rzutowej zbiorów opisywanych przez te formuły. Y.N. Moschovakis napisał w monografii "Descriptive Set Theory" [24], że w tej "fundamentalnej pracy po raz pierwszy zostały zauważone związki między deskryptywną teorią mnogości i logiką" a H. Rogers, w klasycznym dziele "Theory of recursive functions and effective computability" [29], poświęcił metodzie opisanej w [1931b] osobną część "The Tarski-Kuratowski algorithm".

W kolejnej pracy [1931c] związanej z tym podejściem, Kuratowski ustala złożoność borelowską, lub rzutową, wielu naturalnych zbiorów pojawiających się w topologii i teorii funkcji rzeczywistych. Problematyka ta jest wciąż przedmiotem zainteresowania matematyków o różnych specjalnościach.

Istotną rolę w kształtowaniu się struktury współczesnej deskryptywnej teorii mnogości odegrała też praca Kuratowskiego [1936e], gdzie wyodrębniona została "zasada redukcji" – możliwość wpisywania w przeliczalne pokrycia przestrzeni zbiorami danej klasy przeliczalnych pokryć rozłącznych zbiorami tej klasy, występująca zarówno w hierarchii borelowskiej, jak i rzutowej. Kuratowski wskazał na ścisłe związki zasady redukcji z podstawowymi twierdzeniami o oddzielaniu w deskryptywnej teorii mnogości.

6. Niemierzalność $2^{\aleph_0}$.

Stefan Banach i Kazimierz Kuratowski udowodnili w [1929c] twierdzenie głoszące, że przy założeniu Hipotezy Continuum na rodzinie wszystkich podzbiorów prostej rzeczywistej nie można określić nietrywialnej, bezatomowej miary przeliczalnie addytywnej, zapoczątkowując tym wynikiem niezwykle ważny nurt badań w teorii mnogości (nie wiadomo, czy zdanie przeczące tezie tego twierdzenia jest niesprzeczne z aksjomatami ZFC). Okoliczności powstania tego twierdzenia opisał Kuratowski w "Notatkach do autobiografii" na str.95.

Wkrótce potem Stanisław Ulam – uczeń Kuratowskiego, w rozprawie doktorskiej (obronionej na Politechnice Lwowskiej w 1933r.) pokazał, że każda bezatomowa, przeliczalnie addytywna miara określona na rodzinie wszystkich podzbiorów zbioru mocy $\aleph_1$ jest trywialna i zastąpił Hipotezę Continuum w twierdzeniu Banacha-Kuratowskiego znacznie słabszą hipotezą o liczbach kardynalnych.

Bardzo owocną ideą Banacha i Kuratowskiego, na której oparli swój dowód, było określenie, przy założeniu Hipotezy Continuum, macierzy (A_{ij}) o przeliczalnie wielu wierszach i kolumnach, złożonej z podzbiorów zbioru F o mocy $2^{\aleph_0}$, której każdy wiersz jest rozbiciem F na zbiory rozłączne, a przecięcia skończonych sum zbiorów wybranych z każdego wiersza są przeliczalne (Banach i Kuratowski rozważają w tym celu zbiór F mocy $2^{\aleph_0}$ w przeliczalnej potędze liczb naturalnych $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, mający co najwyżej przeliczalne przecięcie z każdym zbiorem zwartym w $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ i przyjmują $A_{ij} = \{f \in F : f(i) = j\}$).

Dowód Ulama niemierzalności $\aleph_1$ opierał się na konstrukcji macierzy o przeliczalnie wielu wierszach i $\aleph_1$ kolumnach, złożonej z podzbiorów zbioru F o mocy $\aleph_1$ takiej, że zbiory w każdym wierszu są parami rozłączne, a suma zbiorów w każdej kolumnie wyczerpuje F z dokładnością do zbioru przeliczalnego.

7. Metoda KKM, miara niezwartości, twierdzenie Kuratowskiego-Ulama i selekcje mierzalne.

Duży wpływ na zastosowania twierdzenia Brouwera o punkcie stałym miała praca Knastera, Kuratowskiego i Mazurkiewicza [1929d], zawierająca nowy dowód tego twierdzenia. Głównym elementem dowodu Knastera, Kuratowskiego i Mazurkiewicza jest twierdzenie (wyprowadzone z pewnego kombinatorycznego twierdzenia E. Spernera) orzekające, że jeśli wierzchołkom $v_0, \ldots, v_n$ sympleksu Δ przyporządkowane są zbiory domknięte $A_0, \ldots, A_n$ w Δ tak, że każda ściana sympleksu rozpięta na wierzchołkach $v_{i_0}, \ldots, v_{i_k}$ jest pokryta zbiorami $A_{i_0}, \ldots, A_{i_k}$, to pewien punkt z Δ należy do wszystkich zbiorów A_i.

W 1961 r., Ky Fan uogólnił to twierdzenie, wyróżniając przekształcenia $F : X \to 2^E$ przyporządkowujące punktom zbioru X w przestrzeni liniowo-topologicznej E zbiory domknięte $F(x)$ w E w taki sposób, że uwypuklenie każdego skończonego układu punktów $x_1, \ldots, x_k$ w X leży w sumie zbiorów $F(x_1), \ldots, F(x_k)$ – takie przekształcenia nazywane są w literaturze KKM-przekształceniami, na cześć autorów [1929d]. Ky Fan wywnioskował z [1929d], że jeśli jedna z wartości KKM-przekształcenia jest zwarta, to przecięcie wszystkich wartości tego przekształcenia jest niepuste. KKM-przekształcenia znalazły ważne zastosowania w różnorodnych zagadnieniach matematyki (zob. [10] i [14]).

W metrycznej teorii punktów stałych, a także w zagadnieniach przenormowania przestrzeni Banacha, bardzo użyteczna okazała się "miara niezwartości" zbiorów w przestrzeniach metrycznych, wprowadzona przez Kuratowskiego w [1930e] – kres dolny liczb δ, dla których dany zbiór można rozbić na skończenie wiele zbiorów o średnicach mniejszych niż δ (zob. [13] i [22]).

Często wykorzystywane jest też udowodnione w [1932d] twierdzenie Kuratowskiego-Ulama, będące odpowiednikiem dla kategorii Baire'a w przestrzeniach metrycznych ośrodkowych twierdzenia Fubiniego z teorii miary, oraz jego późniejsze liczne uogólnienia (zob. [26]).

Również twierdzenie Kuratowskiego i Rylla-Nardzewskiego o selekcjach mierzalnych [1965a], dzięki swojej prostocie i ogólności, jest bardzo często stosowane.

Zagadnieniom selekcji mierzalnych dla multifunkcji i selektorów mierzalnych dla rozkładów przestrzeni poświęcił Kazimierz Kuratowski większość publikacji w ostatnim okresie swojej działalności naukowej.

8. Monografia "Topologie" i jej kolejne wydania.

Pierwsze wydanie "Topologie I" Kuratowskiego ukazało się w roku 1933 (trzeci tom serii Monografii Matematycznych).

Niezwykle trafny dobór tematyki, klarowność i wyważenie proporcji sprawiło, że "Topologie I" stała się wzorcem prezentacji pojęć i metod topologii mnogościowej stosowanych w teorii funkcji rzeczywistych i w analizie funkcjonalnej.

W kolejnych wydaniach, znacznie rozbudowany został materiał dotyczący przekształceń w wielościany oraz część poświęcona deskryptywnej teorii mnogości.

Wydana w 1966r. w języku angielskim przez Academic Press "Topology", vol. I jest poszerzoną wersją czwartego wydania "Topologie I" z 1958r. (w szczególności, dodane są rozdziały o parazwartości przestrzeni metrycznych i związanych z nią twierdzeniach metryzacyjnych).

Drugi tom dzieła Kuratowskiego "Topologie II" ukazał się w 1950r. (dwudziesta pierwsza pozycja serii Monografii Matematycznych). Jak pisze we wstępie autor, wydanie tego tomu było możliwe dzięki temu, że po wybuchu wojny w roku 1939, rękopis książki udało się przesłać do Szwajcarii profesorowi Wavre z Uniwersytetu w Genewie (zob. "Notatki do autobiografii" Kuratowskiego, str. 104).

Rozdziały "Topologie II" poświęcone pojęciu spójności, teorii continuów i topologii płaszczyzny stanowią mistrzowskie podsumowanie jednego z głównych nurtów topologii mnogościowej okresu międzywojennego, do którego matematyczna szkoła warszawska wniosła wielki wkład.

W kolejnych wydaniach "Topologie II", część poświęcona przestrzeniom euklidesowym została wzbogacona użyciem grup kohomotopii Karola Borsuka.

Drugi tom "Topology", opublikowany przez Academic Press w 1968 jest istotnym rozszerzeniem wydania "Topologie II" z 1961r. W szczególności, pojęcie zwartości jest tu omówione w pełnej ogólności.

Dwutomowa monografia Kuratowskiego – dzieło wybitne, zaliczające się do światowej klasyki literatury matematycznej – niewątpliwie ustaliła kanon w wielu fundamentalnych dziedzinach topologii mnogościowej.

Lista publikacji Kazimierza Kuratowskiego

A. Prace badawcze

1917

[1917a] *O definicji wielkości*, Przegląd Filozoficzny 20, 288-306.

1919

[1919a] *Odpowiedź na artykuł prof. Zaremby*, Przegląd Filozoficzny 21(1918), 126-132.

1920

[1920a] *Une définition topologique de la ligne de Jordan*, Fund. Math. 1, 40-43.
[1920b] *Sur la notion d'ensemble fini*, Fund. Math. 1, 130-131.
[1920c] (z Z. Janiszewskim) *Sur les continus indécomposables*, Fund. Math. 1, 210-222.

1921

[1921a] *Solution d'un problème concernant les images continues d'ensembles de points*, Fund. Math. 2, 158-160.
[1921b] *Sur la notion de l'ordre dans la Théorie des Ensembles*, Fund. Math. 2, 161-171.
[1921c] (z W. Sierpińskim) *Le théorème de Borel-Lebesgue dans la théorie des ensembles abstraits*, Fund. Math. 2, 172-178.
[1921d] (z B. Knasterem) *Sur les ensembles connexes*, Fund. Math. 2, 206-255.
[1921e] (z W. Sierpińskim) *Sur les différences de deux ensembles fermés*, Tôhoku Math. Journ. 20, 22-25.

1922

[1922a] *Un problème sur les ensembles homogènes*, Fund. Math. 3, 14-19.

[1922b] *Une remarque sur les classes* ($\mathcal{L}$) *de M. Fréchet*, Fund. Math. 3, 41-43.
[1922c] *Quelques propriétés topologiques de la demi-droite*, Fund. Math. 3, 59-64.
[1922d] *Une méthode d'élimination des nombres transfinis des raisonnements mathématiques*, Fund. Math. 3, 76-108.
[1922e] *Sur l'opération* $\bar{A}$ *de l'Analysis Situs*, Fund. Math. 3, 182-199.
[1922f] *Théorie des continus irréductibles entre deux points I*, Fund. Math. 3, 200-231.
[1922g] (z W. Sierpińskim) *Les fonctions de classe* 1 *et les ensembles connexes punctiformes*, Fund. Math. 3, 303-313.

1923

[1923a] *Sur l'existence effective des fonctions représentables analytiquement de toute classe de Baire*, C. R. Acad. Paris 176, 229-231.
[1923b] *Sur la méthode d'inversion dans l'Analysis Situs*, Fund. Math. 4, 151-163.
[1923c] *Sur un corps non dénombrable de nombres réels. Rédigé d'après un mémoire posthume de Michel Souslin*, Fund. Math. 4, 311-315.

1924

[1924a] (z B. Knasterem) *Sur les continus non-bornés. (Applications de la méthode d'inversion)*, Fund. Math. 5, 23-58.
[1924b] *Sur les fonctions représentables analytiquement et les ensembles de première catégorie*, Fund. Math. 5, 75-86.
[1924c] *Contribution à l'étude de continus de Jordan*, Fund. Math. 5, 112-122.
[1924d] *Sur les coupures irréductibles du plan*, Fund. Math. 6, 130-145.
[1924e] *Une propriété des correspondances biunivoques*, Fund. Math. 6, 240-243.

1925

[1925a] *Sur l'état actuel de l'axiomatique de la théorie des ensembles*, Ann. Soc. Pol. Math. 3(1924), 146-147.
[1925b] *On the accessibility of an arc from its complement in space of three dimensions*, Bull. Amer. Math. Soc. 31, 32.
[1925c] (z B. Knasterem) *Sur quelques propriétés topologiques des*

fonctions dérivées, Rend. del Circ. Math. di Palermo 49, 382-386.

1926

[1926a] *Un théorème concernant la puissance d'ensembles de points,* C. R. Soc. Sci. Varsovie 19, 25-35.
[1926b] *Sur les continus de Jordan et le théorème de M. Brouwer*, Fund. Math. 8, 137-150.
[1926c] (z W. Sierpińskim) *Sur un problème de M. Fréchet concernant les dimensions des ensembles linéaires*, Fund. Math. 8, 193-200.
[1926d] *Sur la puissance de l'ensemble des "nombres de dimension" au sens de M. Fréchet*, Fund. Math. 8, 201-208.

1927

[1927a] (z B. Knasterem) *A connected and connected im kleinen point set which contains no perfect subset*, Bull. Amer. Math. Soc. 33, 106-109.
[1927b] (z C. Zarankiewiczem) *A theorem on connected point sets*, Bull. Amer. Math. Soc. 33, 571-575.
[1927c] *Théorie des continus irréductibles entre deux points II*, Fund. Math. 10, 225-275.
[1927d] (z B. Knasterem) *Remark on a theorem of R. L. Moore,* Proc. Nat. Acad. Sci. 13, 647-649.

1928

[1928a] (z S. Mazurkiewiczem) *Sur les points d'ordre* $\mathfrak{c}$ *dans les continus*, Fund. Math. 11, 29-34.
[1928b] *Sur les décompositions semi-continues d'espaces métriques compacts*, Fund. Math. 11, 169-185.
[1928c] *Sur la structure des frontières communes à deux régions*, Fund. Math. 12, 20-42. [Zob. też Księga Pamiątkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego, Lwów, 7-10.IX.1927, Kraków 1929, 55.]
[1928d] *Remarque sur les images continues d'ensembles*, Fund. Math. 12, 110.
[1928e] (z S. Straszewiczem) *Généralisation d'un théorème de Janiszewski*, Fund. Math. 12, 152-157.
[1928f] *Sur la séparation d'ensembles situés sur le plan*, Fund. Math. 12, 214-239.
[1928g] *Über geschlossene Kurven und unzerlegbare Kontinua*, Math. Ann.

98, 399-405.

1929

[1929a] *Une caractérisation topologique de la surface de la sphère*, Fund. Math. 13, 307-318. [Zob. też [1931a].]
[1929b] *Sur une condition qui caractérise les continus indécomposables*, Fund. Math. 14, 116-117.
[1929c] (z S. Banachem) *Sur une généralisation du problème de la mesure*, Fund. Math. 14, 127-131.
[1929d] (z B. Knasterem i S. Mazurkiewiczem) *Ein Beweis des Fix-punktsatzes für n-dimensionale Simplexe*, Fund. Math. 14, 132-137.
[1929e] *Quelques applications d'éléments cycliques de M. Whyburn*, Fund. Math. 14, 138-144.
[1929f] *Sur quelques théorèmes fondamentaux de l'Analysis situs*, Fund. Math. 14, 304-310.
[1929g] *Théorème sur trois continus*, Monatsh. für Math. und Phys. 36, 77-80.

1930

[1930a] *Topologja jako system*, Comptes-Rendus du I Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves Warszawa 1929, Warszawa, 72-73.
[1930b] *Sur une équation fonctionnelle*, C. R. Soc. Sci. Varsovie 22 (1929), 160-161.
[1930c] *Sur une propriété des continus Péaniens plans*, Fund. Math. 15, 180-184.
[1930d] *Sur le problème des courbes gauches en Topologie*, Fund. Math. 15, 271-283.
[1930e] *Sur les espaces complets*, Fund. Math. 15, 301-309.
[1930f] (z G. T. Whyburnem) *Sur les éléments cycliques et leurs applications*, Fund. Math. 16, 305-331.
[1930g] *La propriété de Baire dans les espaces métriques*, Fund. Math. 16, 390-394.
[1930h] (z K. Mengerem) *Remarques sur la théorie axiomatique de la dimension*, Monatsh. für Math. und Phys. 37, 169-174.

1931

[1931a] *Un système d'axiomes pour la topologie de la surface de la sphère*,

Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna, 3-10 settembre 1928, tomo IV, Bologna, 239-241.
[1931b] (z A. Tarskim) *Les opérations logiques et les ensembles projectifs*, Fund. Math. 17, 240-248.
[1931c] *Évaluation de la classe borélienne ou projective d'un ensemble de points à l'aide des symboles logiques*, Fund. Math. 17, 249-272.
[1931d] *Sur la théorie des fonctions dans les espaces métriques*, Fund. Math. 17, 275-282.

1932

[1932a] *Les fonctions semi-continues dans l'espace des ensembles fermés*, Fund. Math. 18, 148-159.
[1932b] (z E. Szpilrajnem) *Sur les cribles fermés et leurs applications*, Fund. Math. 18, 160-170.
[1932c] *Sur l'application des espaces fonctionnels à la Théorie de la dimension*, Fund. Math. 18, 285-292.
[1932d] (z S. Ulamem) *Quelques propriétés topologiques du produit combinatoire*, Fund. Math. 19, 247-251.
[1932e] *Sur un problème topologique concernant les systèmes "strictement transitifs"*,
Fund. Math. 19, 252-256.
[1932f] *Une application des images de fonctions à la construction de certains ensembles singuliers*, Mathematica 6, 120-123.
[1932g] *Sur le problème de la mesurabilité des ensembles définissables*, Verhandlungen des Internationalen Mathematiker-Kongresses Zürich 1932, II. Band, Zürich und Leipzig, 117-118.

1933

[1933a] *Sur les théorèmes topologiques de la théorie des fonctions de variables réelles*, C. R. Acad. Paris 197, 19-20.
[1933b] *Sur le prolongement de l'homéomorphie*, C. R. Acad. Paris 197, 1090-1091.
[1933c] *Sur un théorème fondamental concernant le nerf d'un système d'ensembles*, Fund. Math. 20, 191-196.
[1933d] *Sur les transformations des sphères en des surfaces sphériques*, Fund. Math. 20, 206-213.
[1933e] (z S. Ulamem) *Sur un coefficient lié aux transformations continues d'ensembles*, Fund. Math. 20, 244-253.

[1933f] *Sur une famille d'ensembles singuliers,* Fund. Math. 21, 127-128.
[1933g] *Sur la propriété de Baire dans les groupes métriques*, Studia Math. 4, 38-40.
[1933h] (z S. Banachem) *Sur la structure des ensembles linéaires,* Studia Math. 4, 95-99.

1934

[1934a] *Sur une généralisation de la notion d'homéomorphie,* Fund. Math. 22, 206-220.
[1934b] (z T. Posamentem) *Sur l'isomorphie algébro-logique et les ensembles relativement boréliens,* Fund. Math. 22, 281-286.
[1934c] *Sur le rapport des ensembles de M. Lusin à la Théorie générale des ensembles*, Fund. Math. 22, 315-318.

1935

[1935a] *Sur le prolongement des fonctions continues et les transformations en polytopes*, Fund. Math. 24, 259-268.
[1935b] *Sur les espaces localement connexes et péaniens en dimension n,* Fund. Math. 24, 269-287.
[1935c] *Quelques problèmes concernant les espaces métriques non-séparables*, Fund. Math. 25, 534-545.

1936

[1936a] *Sur un problème concernant l'induction transfinie*, C. R. Acad. Paris 202, 1239-1241.
[1936b] *Les ensembles projectifs et l'opération (A),* C. R. Acad. Paris 203, 911-913.
[1936c] *Une condition métrique pour la rétraction des ensembles,* C. R. Soc. Sci. Varsovie 28(1935), 156-158.
[1936d] (z W. Sierpińskim) *Sur les ensembles qui ne contiennent aucun sous-ensemble indénombrable non-dense*, Fund. Math. 26, 137-142.
[1936e] *Sur les théorèmes de séparation dans la Théorie des ensembles,* Fund. Math. 26, 183-191. [Zob. też [1936i].]
[1936f] *Les ensembles projectifs et l'induction transfinie,* Fund. Math. 27, 269-276.
[1936g] *La notion de connexité locale en topologie*, L'Enseignement Mathématique 35, 229-240.

[1936h] *Démonstration d'un théorème de M. Alexandroff sur les limites topologiques d'ensembles*, Mat. Sbornik l (43), 403-404.
[1936i] *Sur les ensembles projectifs*, Mat. Sbornik l (43), 713-714.

1937

[1937a] (z J. v. Neumannem) *On some analytic sets defmed by transfinite induction*, Ann. of Math. 38, 521-525.
[1937b] *Sur la géométrisation des types d'ordre dénombrable*, Fund. Math. 28, 167-185.
[1937c] *Les suites transfinies d'ensembles et les ensembles projectifs*, Fund. Math. 28, 186-196.
[1937d] *Sur les théorèmes du "plongement" dans la théorie de la dimension*, Fund. Math. 28, 336-342.
[1937e] *Sur les suites analytiques d'ensembles*, Fund. Math. 29, 54-59.
[1937f] *Les types d'ordre définissables et les ensembles boréliens*, Fund. Math. 29, 97-100.

1938

[1938a] *Une propriété topologique du simplexe*, Ann. Soc. Pol. Math. 16(1937), 219.
[1938b] *Coupures irréductibles et multiplicités cantoriennes*, Ann. Soc. Pol. Math. 16(1937), 220.
[1938c] *Sur une propriété des décompositions semi-continues*, Ann. Soc. Pol. Math. 17, 118-119.
[1938d] *Quelques théorèmes sur le plongement topologique des espaces*, Fund. Math. 30, 8-13.
[1938e] *Sur les familles monotones d'ensembles fermés et leurs applications à la théorie des espaces connexes*, Fund. Math. 30, 17-33.
[1938f] *Remarques sur les transformations continues des espaces métriques*, Fund. Math. 30, 48-49.
[1938g] *Sur la compactification des espaces à connexité n-dimensionnelle*, Fund. Math. 30, 242-246.
[1938h] *Sur les espaces des transformations continues en certains groupes abéliens*, Fund. Math. 31, 231-246.

1939

[1939a] (z S. Eilenbergiem) *Théorèmes d'addition concernant le groupe des*

transformations en circonférence, Fund. Math. 32, 193-200.
[1939b] (z E. Otto) *Sur les espaces à connexité n-dimensionnelle,* Fund. Math. 32, 259-264.

1941

[1941a] (z W. Sierpińskim) *Sur l'existence des ensembles projectifs non mesurables*, Spisanie na Bulg. Akad. Nauk. 61, 207-212.

1945

[1945a] *Théorèmes sur l'homotopie des fonctions continues de variable complexe et leurs rapports à la Théorie des fonctions analytiques*, Fund. Math. 33, 316-367.

1947

[1947a] *Sur l'extension de deux théorèmes topologiques à la Théorie des ensembles*, Fund. Math. 34, 34-38.

[1947b] *Sur l'application de la notion d'homotopie au problème du nombre algébrique des points invariants*, Fund. Math. 34, 261-271.

1948

[1948a] *Sur la topologie des espaces fonctionnels*, Ann. Soc. Pol. Math. 20(1947), 314-322.
[1948b] *Sur un problème topologique de la théorie de la mesure*, Coll. Math. 1, 210-213.
[1948c] *Une méthode de prolongement des ensembles relativement fermés ou ouverts*, Coll. Math. 1, 273-278.
[1948d] *Ensembles projectifs et ensembles singuliers*, Fund. Math. 35, 131-140.
[1948e] *Sur la notion de limite topologique d'ensembles*, Ann. Soc. Pol. Math. 21, 219-225.
[1948f] *Quelques généralisations des théorèmes sur les coupures du plan*, Fund. Math. 36, 277-282.

1950

[1950a] *On a topological problem connected with the Cantor-Bernstein theorem*, Fund. Math. 37, 213-216.
[1950b] *Remark on an invariance theorem*, Fund. Math. 37, 251-252.

1951

[1951a] *Sur quelques problèmes topologiques concernant le prolongement des fonctions continues*, Coll. Math. 2, 186-191.
[1951b] (z A. Mostowskim) *Sur un problème de la théorie des groupes et son rapport à la topologie*, Coll. Math. 2, 212-215.
[1951c] *Sur une caractérisation des alephs*, Fund. Math. 38, 14-17.

1952

[1952a] (z A. Grzegorczykiem) *On Janiszewski's property of topological spaces*, Ann. Soc. Pol. Math. 25, 169-182.
[1952b] (z C. Zarankiewiczem) *Sur un problème concernant les coupures des régions par des continus*, Fund. Math. 39, 15-24.

1953

[1953a] *Sur une propriété topologique fondamentale du plan euclidien*, Atti del Quarto Congresso dell'Unione Matematica Italiana, Taormina 25-31 ottobre 1951, vol. II, Roma, 361-362.
[1953b] (z H. Steinhausem) *Une application géométrique du théorème de Brouwer sur les points invariants*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 1, 83-86.

1954

[1954a] *Sur une propriété analytique des homéomorphismes définies sur des continus plans*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 2, 9-12.
[1954b] (z T. Ważewskim, K. Borsukiem i in.) *Der Einfluss moderner mathematischer Methoden auf die klassischen Theorien der Mathematik*, Die Hauptreferate des 8. Polnischen Mathematikerkongress vom 6.-12. September 1953 in Warschau, Berlin, 45-68.

1955

[1955a] *Sur l'espace des fonctions partielles*, Ann. di Mat. Pura ed Appl. 40, 61-67.

[1955b] *Un théorème sur les espaces complets et ses applications à l'étude de la connexité locale*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 3, 75-80.
[1955c] (z K. Hamanem) *Sur quelques propriétés des fonctions définies sur des continus unicohérents*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 3, 243-246.
[1955d] *Fonctions rationnelles qui sont homotopes à des fonctions univoques sur certains sous-ensembles du plan,* Fund. Math. 41, 107-121.

1956

[1956a] *On a characterisation of connected domains in locally connected spaces*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 4, 211-214.
[1956b] *Sur une méthode de métrisation complète de certains espaces d'ensembles compacts*, Fund. Math. 43, 114-138.

1957

[1957a] *Sur le rôle des espaces abstraits en Topologie moderne*, Der Begriff des Raumes in der Geometrie – Bericht von der Riemann-Tagung des Forschungsinstituts für Mathematik, Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematik bei der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Heft 1, 27-32.
[1957b] *Quelques propriétés de l'espace des ensembles LCn*, Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. III 5, 967-974.
[1957c] *Sur quelques invariants topologiques dans l'espace euclidien*, Journ. des Math. Pures et Appl. 36, 191-200.

1958

[1958a] *Sur l'extension de la notion de fonction rationnelle à l'espace euclidien n-dimensionnel*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 6, 281-287.
[1958b] *Sur les composantes de l'espace des transformations d'un espace localement compact en un rétracte de voisinage*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 6, 565-571.
[1958c] *Cohomotopic multiplication and duality theorems concerning arbitrary subsets of Euclidean space*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 6, 753-758.

1959

[1959a] *Un critère de coupure de l'espace euclidien par un sous-ensemble arbitraire*, Math. Zeitschr. 72(1959/60), 88-94.

1962

[1962a] (z S. Eilenbergiem) *A remark on duality*, Fund. Math. 50, 515-517.
[1962b] (z R. Engelkingiem) *Quelques théorèmes de l'Algèbre de Boole et leurs applications topologiques*, Fund. Math. 50, 519-535.
[1962c] (z R. Engelkingiem) *On extending homeomorphisms in continua contractible relatively to the circle*, Rendiconti di Mat. 21, 305-311.

1963

[1963a] *Quelques remarques sur le rôle des espaces et des méthodes topologiques dans les mathématiques modernes*, Atti della II Riunione del Groupement de Mathématiciens d'Expression Latine, Firenze: 26-30 settembre 1961, Bologna: 1-3 ottobre 1961, Roma, 17-23.
[1963b] *On a method of introducing topology related to a set of transformations*, Calcutta Mathematical Society Golden Jubilee Commemoration Volume (1958-1959), Part II, Calcutta, 355-360.

1964

[1964a] *Mappings of topological spaces into lattices and into Brouwerian algebras*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 12, 9-16.
[1964b] *Характеризациа регулярных структур с помощью экспоненциальной топологии*, Докл. Акад. Наук СССР, 155, 751-752. [Przekład angielski Soviet Math. Dokl. 5, 502-504.]

1965

[1965a] (z C. Ryllem-Nardzewskim) *A general theorem on selectors*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 13, 397-403.
[1965b] *Sur la topologie exponentielle des algèbres brouweriennes*, Celebrazioni Archimedee del Secolo XX, Simposi del 1964, vol. I, Simposio di Topologia a cura dell' Universita di Messina, 27-30 Aprile, 1964, Gubbio, 1-4.
[1965c] *Operations on semi-continuous set-valued mappings*, Seminari 1962-1963 di Analisi, Algebra, Geometria e Topologia, vol. 2, Roma, 449-461.

1966

[1966a] (z M. Karłowicz) *On relations between some algebraic and topological properties of lattices*, Fund. Math. 58, 219-228.
[1966b] (z J. M. Day) *On the non-existence of a continuous selector for arcs lying in the plane*, Indag. Math. 28, 131-132.

1968

[1968a] *On the completness of the space of monotone mappings and some related problems*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 16, 283-285.

1969

[1969a] (z R. C. Lacherem) *A theorem on the space of monotone mappings*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 17, 797-800.
[1969b] *Aperçu sur la notion de quasi-composante d'un espace topologique*, L'Enseignement Mathematique 15, 201-207.

1970

[1970a] (z S. B. Nadlerem i G. S. Youngiem) *Continuous selections on locally compact separable metric spaces*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 18, 5-11.
[1970b] *Some problems concerning semi-continuous set-valued mappings*, Proceedings of the International Conference on Set-Valued Mappings, Selections and Topological Properties of 2^X, Buffalo, May 8-10, 1969, Lecture Notes in Mathematics 171, 45-48.

1971

[1971a] *Applications of set-valued mappings to various spaces of continuous functions*, General Topology and its Appl. 1, 155-161.

1972

[1972a] *A general approach to the theory of set-valued mappings*, General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra III

(Proceedings of the Third Prague Topological Symposium, 1971), Prague, 271-280.
[1972b] *On set-valued B-measurable mappings and a theorem of Hausdorff*, Theory of Sets and Topology (in honour of Felix Hausdorff), Berlin, 355-362.

1973

[1973a] *Applications of the Baire-category method to the problem of independent sets*, Fund. Math. 81(1974), 65-72.

1974

[1974a] *On the concept of strongly transitive systems in topology*, Ann. di Mat. Pura ed Appl. 98, 357-363.
[1974b] (z A. Maitrą) *Some theorems on selectors and their applications to semi-continuous decompositions*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Math., Astr. et Phys. 22, 877-881.

1975

[1975a] *On the selector problems for the partitions of Polish spaces and for the compact-valued mappings*, Ann. Pol. Math. 29(1974-1975), 421-427.
[1975b] *The σ-algebra generated by Souslin sets and its applications to set-valued mappings and to selector problems*, Boll. Un. Mat. Ital. 11, Suppl. (dedicato a Giovanni Sansone), 285-298.
[1975c] *Some invariance problems connected with open mappings and the Baire property*, Mathematical Structures – Computational Mathematics – Mathematical Modelling, Sofia, 337-341.
[1975d] *On partitions of complete spaces which do not admit analytic selectors and on some consequences of a theorem of Gödel*, (Proceedings of the Symposium on Point-Set and General Topology, Rome, 8-11 March 1973), Symposia Math. 16, 67-74.
[1975e] *O selektorach w topologii i teorii miary. Odczyt im. Wacława Sierpińskiego wygłoszony w dniu 8.III.1974*, Wiadom. Matem. 19(1975-1976), 3-9.

1976

[1976a] *Одна теорема об идеалах и её применения к свойству Бэра в*

польских пространствах, Успехи Мат. Наук 31, вып. 5, 108-111. [Przekład angielski Russian Math. Surveys 31:5, 124-127.]

1979

[1979a] *Some remarks on the relation of classical set-valued mappings to the Baire classification*, Coll. Math. 42, 273-277.

B. Prace o historii i organizacji matematyki w Polsce

1947

[1] *Stefan Mazurkiewicz et son oeuvre scientifique*, Fund. Math. 34, 316-331. [Przedruk z niewielkimi zmianami w: S. Mazurkiewicz, *Travaux de topologie et ses applications*, Warszawa 1969, 9-26.]

1948

[2] *Państwowy Instytut Matematyczny*, Życie Nauki, nr 6, 64-67.

1949

[3] *Organizacja matematyki w Polsce,* Życie Nauki, nr 8,146-148.

1950

[4] *Stan obecny matematyki polskiej i wytyczne organizacyjne*, Życie Nauki, nr 9-10, 857-866.

1952

[5] *Beszámoló a Lengyel Allami Matematikai Intézet tudományos tevékenységéröl, különösen a topólgia területén* [Sprawozdanie z działalności naukowej Państwowego Instytutu Matematycznego, ze szczególnym uwzględnieniem topologii], Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl. 2, 113-118.

1953

[6] *Planowanie badań naukowych Instytutu Matematycznego*, Nauka Polska l, nr 2, 220-227.
[7] *Stan i zadania organizacji matematyki w Polsce Ludowej*, Życie Szkoły Wyższej nr 11, 38-46.

1954

[8] (z A. Mostowskim) *VIII Zjazd Matematyków Polskich (Warszawa, 6-12 września 1953)*, Nauka Polska 2, nr l, 147-151.

1955

[9] *Prof. Wacław Sierpiński laureat nagrody naukowej m. Warszawy*, Problemy, nr 4, 273-274.
[10] *Научная деятельность Математического Института Польской Академии Наук*, Успехи Мат. Наук 10, вып. 3, 217-221.

1956

[11] *Wacław Sierpiński, Wiceprezes Polskiej Akademii Nauk*, Nauka Polska 4, nr l, 67-70.

1959

[12] *Oeuvre de l'école polonaise de mathématiques*, Elemente der Mathematik 14, 136-138.
[13] *10 lat Instytutu Matematycznego*, Nauka Polska 7, nr 3, 29-48.
[przedruk w Wiadom. Matem. 3(1959-1960), 199-216.]
[14] *Przemówienie Prof. Kazimierza Kuratowskiego*, Wiadom. Matem. 3(1959-1960), 2-5.

1960

[15] *Współdziałanie matematyków*, Wiedza i Życie, nr 11, 648-649.

1963

[16] *Pięćdziesiąt tomów "Fundamenta Mathematicae"*, Wiadom. Matem. 7(1963-1964), 9-17. [Skrócona wersja Nauka Polska 11, nr 2, 28-34.]

1968

[17] *For Mathematics, the nation, the world*, Poland, nr 11(l71), 3 i 24.
[18] *Odpowiedź Profesora K. Kuratowskiego*, Wiadom. Matem. 10(1967-1968), 204-206.
[19] (z A. Lelkiem) *Topologia*, Wielka Encyklopedia Powszechna PWN, Warszawa, t. 11, 579-582.

1969

[20] *Polskie Towarzystwo Matematyczne w okresie międzywojennym*, Nauka Polska 17, nr 6, 65-69. [Przedruk w Wiadom. Matem. 12(1969-1971), 208-214.]
[21] *Wacław Sierpiński (1882-1969)*, Nauka Polska 17, nr 6, 169-172. [Uzupełniony przedruk w Acta Arithmetica 21 (1972), 1-5 (po angielsku) oraz w W. Sierpiński, *Oeuvres choisies*, t. l, Warszawa 1974, 9-14 (po francusku).]
[22] *Moje wspomnienia związane z powstaniem polskiej szkoły matematycznej*, Wiadom. Matem. 12(1969-1971), 9-15.
[23] *Fragmenty przemówienia K. Kuratowskiego wygłoszonego na jubileuszu 20-lecia Instytutu Matematycznego PAN*, Wiadom. Matem. 12(1969-1971), 79-82.

1971

[24] *Międzynarodowy Kongres Matematyczny w Nicei (Nicea, 1-10.IX.1970r.)*, Nauka Polska 19, nr 2, 102.
[25] *Wrażenia z Międzynarodowego Kongresu Matematycznego w Nicei. Czy kryzys kongresów?*, Nauka Polska 19, nr 3, 148-150.

1974

[26] *Development of the research on indecomposable continua*, Topics in Topology, Colloquia Mathematica Janos Bolyai, 8, Amsterdam, London, 459-460.

1975

[27] *Birth of the Polish School of Mathematics*, Studies in Topology,

Proceedings of the Topology Conference, Charlotte NC, 14-16 March 1974, New York, San Francisco, London, xix-xxii.

1976

[28] *My personal recollections connected with the research on some topological problems*, Colloquio Internazionalle sulle Teorie Combinatorie, Roma, 3-15 settembre 1973, Atti dei Convegni Lincei 17, 43-47.
[29] [*Odpowiedź prof. K. Kuratowskiego na przemówienia wygłoszone z okazji 80 rocznicy jego urodzin*], Nauka Polska 24, nr 7, 111-112.

1978

[30] (z K. Borsukiem) *One hundred volumes of "Fundamenta Mathematicae", The Editors Note*, Fund. Math. 100, l-8.

1979

[31] *Zapiski do autobiografii*, Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 24, nr 2, 243-289. [Fragmenty książki pod tym samym tytułem.]
[32] *Sto tomów "Fundamenta Mathematicae"*, Nauka Polska 27, nr 2, 65-68.
[33] *Nad grobem Marcelego Starka*, Wiadom. Matem. 21(1978-1979), 101.

1980

[34] *Some remarks on the origins of the theory of functions of a real variable and of the descriptive set theory*, Rocky Mountain Journ. of Math. 10, 25-33.

1982

[35] *The past and the present of the Polish School of Mathematics*, Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 25, nr 4, 687-706.

C. Książki

[1] *Topologie I (Espaces métrisables, espaces complets)*, Warszawa-Lwów

1933, Monografje Matematyczne, X + 288 str.; wyd. drugie (przejrzane i poszerzone) Warszawa-Wrocław 1948, Monografie Matematyczne, XII + 452 str.; wyd. trzecie (poprawione) Warszawa 1952, Polskie Towarzystwo Matematyczne, XII + 450 str.; wyd. czwarte (poprawione, uzupełnione dodatkiem oraz notami A. Mostowskiego i R. Sikorskiego) Warszawa 1958, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, XIV + 494 str.
[2] *Wykłady rachunku różniczkowego i całkowego, Część I*, Warszawa 1948, Czytelnik, 240 str.; wyd. drugie Warszawa 1964 Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 244 str. [Począwszy od tego wydania tytuł zmieniony na *Rachunek różniczkowy i całkowy, Funkcje jednej zmiennej*; wznawiane dziewięć razy z drobnymi zmianami; począwszy od wydania piątego (1971) zawiera dodatek W. Kołodzieja *Zadania uzupełniające*. Przekład angielski 1969, przekład hiszpański 1970.]
[3] *Topologie II (Espaces compacts, espaces connexes, plan euclidien).* Warszawa-Wrocław 1950, Monografie Matematyczne, VIII + 446 str.; wyd. drugie. (poprawione) Warszawa 1952, Polskie Towarzystwo Matematyczne, VIII + 443 str.; wyd. trzecie (poprawione i uzupełnione dwoma dodatkami) Warszawa 1961, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, X + 524 str.
[4] (z A. Mostowskim) *Teoria mnogości,* Warszawa 1952, Polskie Towarzystwo Matematyczne, X + 312 str.; wyd. drugie (uzupełnione) Warszawa 1966, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 376 str.; wyd. trzecie (zmienione) Warszawa 1978, Państwowe Wydawnictwo Naukowe 470 str. [Przekład angielski 1967 i 1976, przekład rosyjski 1970.]
[5] *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa 1955, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 220 str.; wyd. drugie (przejrzane) Warszawa 1962, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 256 str. [Wznawiane osiem razy z drobnymi uzupełnieniami; począwszy od wydania piątego (1972) zawiera dodatek R. Engelkinga *Elementy topologii algebraicznej*. Przekłady: angielski 1962, 1972 i 1977, hiszpański 1966, francuski 1966, rumuński 1969, bułgarski 1979.]
[6] *Topology* (wydanie nowe, poprawione i pwiększzone), vol. l, New York, London and Warszawa 1966, Academic Press and PWN – Polish Scientific Publishers, XX + 560 str.; vol. 2, New York, London and Warszawa 1968, Academic Press and PWN – Polish Scientific Publishers, XVI + 608 str. [Przekład rosyjski 1966 (1 tom) i 1969 (2 tom).]
[7] *Pół wieku matematyki polskiej 1920-1970, Wspomnienia i refleksje*, Warszawa 1973, Wiedza Powszechna, 192 str. + 16 str. fotografii. [Przekład angielski 1980.]
[8] *Notatki do autobiografii*, Warszawa 1981, Czytelnik, 248 str. + 16 str. fotografii. [Fragmenty publikowane w tygodniku Kultura w r. 1978 (nr

52/53), 1979 (nr l, 2, 43, 44, 45 oraz 1980 (nr 31, 32, 33, 34), zob. też B [31].]

D. Skrypty

[1] *Kurs ogólnej teorii mnogości*, Warszawa 1924, Koło Matematyczno-Fizyczne S.U.W., 118 str.
[2] *Elementy topologii* (przy współudziale A. Granasa i J. Jaworowskiego), Warszawa 1953, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 184 str.
[3] *Théorie de la dimension*, Roma 1955, Istituto Matematico dell'Università, 13 str.

Literatura

[1] П. С. Александров, *Памяти К. Куратовского,* Успехи Математических Наук, 36 (1981), 243-244.
[2] П. С. Александров, Б. А. Пасынков, *Введение в теорию размерности*, Наука, Москва 1973.
[3] L.C. Arboleda, *Les recherches de M. Fréchet, P. Alexandrov, W. Sierpinski et K. Kuratowski sur la théorie des types de dimensions et les débuts de la topologie générale,* Arch. Hist. Exact Sci. 24 (4) (1981), 339-388.
[4] P. Borowik, M. Kurkowski, *Pewne wyniki Kazimierza Kuratowskiego w logice formalnej,* Zesz. Nauk. Uniw. Opol. Mat. 30 (1997) 43 - 51.
[5] K. Borsuk: *O osiągnięciach prof. dr K. Kuratowskiego w dziedzinie topologii*, Wiadomości Matematyczne, III, 1/1959.
[6] N. Bourbaki, *Théorie des ensembles*, Hermann, Paris 1939.
[7] N. Bourbaki, *Éléments d'histoire des mathématiques*, Hermann, Paris 1960.
[8] P.J. Campbell, *The origin of "Zorn's Lemma"*, Historia Mathematica 5 (1978), 77-89.
[9] R.L. Devaney, *Cantor bouquets, explosions and Knaster continua: Dynamics of complex exponentials*, Publ. Math. 43 (1999), 27-54.
[10] J. Dugundji, A. Granas, *Fixed point theory*, PWN, Warszawa 1982.
[11] R. Engelking, *On the topological papers of Kazimierz Kuratowski*, w: K. Kuratowski, *Selected papers*, PWN, Warszawa 1988, xvii-xxv.
[12] R. Engelking, *Kazimierz Kuratowski (1896-1980). His life and work in Topology*, w: C.E. Aull, R. Lowen (eds.), Handbook of the History of general Topology, volume 2, 431-452.
[13] K. Goebel, W.Kirk, *Topics in metric fixed point theory*, Cambridge University Press, Cambridge 1990.
[14] A. Granas, *KKM-maps and their applications to nonlinear problems*, w: R.D. Mauldin (ed.), The Scottish Book, Birkhauser, Boston 1981, 45-61.
[15] F. Harary, *Graph theory*, Addison-Wesley, Reading, MA 1969.
[16] F. Harary, *Homage to the memory of Kazimierz Kuratowski*, Journ. Graph Theory, 5 (1981), 217-219.
[17] A. Kanamori, *The mathematical import of Zermelo's well-ordering theorem*, Bull. Symb. Logic 3 (1997), 281-311.
[18] J.W. Kennedy, L.V. Quintas, M.M. Sysło, *Note on the theorem on planar graphs*, Historia Mathematica 12 (1985), 356-368.
[19] J. Krasinkiewicz, *A note on the work and life of Kazimierz Kuratowski*, Journ. Graph Theory, 5 (1981), 221-223.
[20] N. Lusin, *Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications*, Gauthier-Villars, Paris 1930.
[21] E. Marczewski: *Prace K. Kuratowskiego z teorii mnogości i teorii miary*, Wiadomości Matematyczne, III, 1/1959.
[22] A. Moltó, J. Orihuela, S. Troyanski, M. Valdivia, *A nonlinear transfer technique for renorming*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1951, Springer-Verlag, New York 2009.
[23] G.H. Moore, *The emergence of open sets, closed sets and limit points in analysis and topology*, Historia Mathematica 35 (2008), 220-241.

[24] Y.N. Moschovakis, *Descriptive set theory*, North Holland, Amsterdam 1980.
[25] C. Olech, *Moje kontakty z Profesorem Kuratowskim*, Zesz. Nauk. Uniw.Opol.Mat. 30(1997) 109-114.
[26] J. Oxtoby, *Measure and category*, Springer-Verlag, New York 1980.
[27] L. Pacholski, C. Ryll-Nardzewski, *On the research work of Kazimierz Kuratowski in abstract and descriptive set theory and in the theory of selectors*, w: K. Kuratowski, *Selected papers*, PWN, Warszawa 1988, xxvi-xxi.
[28]Z. Pawlikowska-Brożek, *Kazimierz Kuratowski*, Słownik biograficzny matematyków polskich, red. S. Domoradzki, Z. Pawlikowska-Brożek, D. Węglowska, Tarnobrzeg 2003.
[29] H. Rogers, *Theory of recursive functions and effective computability*, McGraw-Hill, New York 1967
[30] S.M. Ulam, *Przygody matematyka*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1996.
[31] L. Vietoris, *Kazimierz Kuratowski*, *Nachruf (mit Schriftenverzeichnis)*, Almanach der Ősterreichischen Akademie der Wissenschaften 132, Jahrgang 1982, Wien 1983.